

POLUCION DE AGUA MODELOS Y CONTROL

DIVISION DE SALUD AMBIENTAL
SERIE TECNICA



WALTER A. CASTAGNINO

CENTRO PANAMERICANO DE INGENIERIA
SANITARIA Y CIENCIAS DEL AMBIENTE (CEPIS)

ORGANIZACION PANAMERICANA DE LA SALUD
Oficina Sanitaria Panamericana, Oficina Regional de la
ORGANIZACION MUNDIAL DE LA SALUD

244-77PO-3488

POLUCION DE AGUA

MODELOS Y CONTROL

DIVISION DE SALUD AMBIENTAL

SERIE TECNICA

20

LIBRARY, INTERNATIONAL REFERENCE
CENTRE FOR DOCUMENTATION ON WATER SUPPLY
AND SANITATION (IWA)
P.O. Box 17, 2300 AA The Hague
Tel. (070) 60311 ext. 141/142
RN: 04834
LO: 244 77 PO



KD 4834

WALTER A. CASTAGNINO
Asesor en Polución de Agua

CENTRO PANAMERICANO DE INGENIERIA
SANITARIA Y CIENCIAS DEL AMBIENTE (CEPIS)

ORGANIZACION PANAMERICANA DE LA SALUD
Oficina Sanitaria Panamericana, Oficina Regional de la
ORGANIZACION MUNDIAL DE LA SALUD

REVISORES

Se agradece la colaboración prestada por los siguientes profesionales quienes revisaron la versión preliminar de este libro:

Ing. Victor Monteiro Barbosa Coelho
Director
Departamento de Controle da Poluição

Fundação Estadual de Engenharia do
Meio Ambiente (FEEMA)
Rio de Janeiro, Brasil

Dr. Carl R. Bartone
Asesor en Análisis de Sistemas

Centro Panamericano de Ingeniería
Sanitaria y Ciencias del Ambiente,
CEPIS (OPS/OMS)

Ing. Roberto Luis Casañas
Director
Instituto de Tecnología del Uso del
Agua

Instituto Nacional de Ciencia y
Técnica Hídricas (INCYTH)
Buenos Aires, Argentina

Ing. Maria Regina M. Fonseca
Asesora del Director-Jefe
Departamento de Controle da Poluição

Fundação Estadual de Engenharia do
Meio Ambiente (FEEMA)
Rio de Janeiro, Brasil

Ing. Raúl Galindo U.
Decano
Facultad de Ingeniería Civil

Universidad Técnica "Federico
Santa María"
Valparaíso, Chile

Dr. Luis E. García M.
Director
Escuela Regional de Ingeniería
Sanitaria

Universidad de San Carlos
Guatemala, Guatemala

Ing. Antônio Garcia Occhipinti
Profesor
Escola de Engenharia Sanitária
de São Carlos

Universidade de São Paulo
São Paulo, Brasil

Ing. Gonzalo A. Ordóñez
Ingeniero Civil

Guayaquil, Ecuador

Dr. Henry Salas
Gerente de Proyecto

Hydroscience Associates, Inc.
New Jersey, E.U.A.

PREFACIO

La Organización Panamericana de la Salud tiene como uno de los cometidos prioritarios de sus programas de cooperación técnica el impulso de las acciones de control de los factores ambientales que afectan la salud. En sus más amplios alcances, ello incluye cuidar de la conservación de los recursos naturales para asegurar su máxima contribución al bienestar de la sociedad, a la vez que identificar, controlar y disminuir los riesgos que estos puedan tener para la salud.

Interesa, por lo tanto, mantener una adecuada información de los nuevos desarrollos científicos y tecnológicos que permitan a los Países Miembros conocer más a fondo sus recursos hídricos así como las posibles consecuencias de su utilización.

Ese conocimiento redundará en beneficios sociales y económicos porque permitirá aprovechar mejor los recursos de agua en sus variadas aplicaciones y evitar efectos adversos en el bienestar de los usuarios, con el menor costo socioeconómico o con el mayor beneficio neto, según los casos.

Innegablemente, con el desarrollo acelerado a que legítimamente se aspira en los países de la Región, se producen las condiciones para que se incremente la descarga en cuerpos de agua de sustancias y elementos que afectan potencialmente la salud, la estética, la cadena ecológica y la economía de los aprovechamientos.

Es por ello que el estudio de los mecanismos por los cuales se transportan, se dispersan y se degradan los diversos contaminantes es esencial para los fines antes expresados. Lo indicado anteriormente no solamente es un requerimiento para corregir situaciones inconvenientes ya producidas, sino también para realizar predicciones de escenarios futuros a los efectos de un planeamiento adecuado.

En un mundo de rápido cambio como el actual no todo puede ser previsto con la deseada exactitud, o mejor dicho, con un margen de error aceptable. No obstante, las poderosas herramientas que ahora se poseen permiten reducir los riesgos de lo ignoto, multiplicando las posibilidades de la consideración de alternativas. Es aquí que interviene el juicio certero del investigador que, a pesar de los avances, seguirá siendo un insustituible componente de todo análisis.

INDICE

PROLOGO.	1
CAPITULO I - CARACTERIZACION DE CARGAS DE POLUCION	4
AGUAS RESIDUALES MUNICIPALES	4
CARGAS DE DESAGUES AGRICOLAS	8
CARGAS INDUSTRIALES	9
EFICIENCIA EN LOS TRATAMIENTOS	14
USOS DE AGUA Y CRITERIOS DE CALIDAD	15
CAPITULO II - EVOLUCION DE ENFOQUES EN CONTROL DE POLUCION DE AGUA	18
EL INTERES EN EL DESARROLLO HIDRICO	18
LA EVOLUCION DEL PLANEAMIENTO	18
ENFOQUES DE CONTROL DE POLUCION DE AGUAS	19
EL VERDADERO PLANTEAMIENTO	23
CAPITULO III - EL MODELO ECONOMICO DEL RECURSO HIDRICO	24
ADOPCION DE ESQUEMAS	24
ESTRUCTURA DE MODELOS ECONOMICOS	25
Objetivo, restricciones y criterios.	25
EL MODELO DE DOS ESTACIONES	26

LA LINEARIZACION DE FUNCIONES DE COSTO	32
MODELOS DE VARIAS ESTACIONES	35
INCORPORACION DE LAS VARIABLES DE CALIDAD DE AGUAS	36
PLANEAMIENTO DE DESCARGAS EN UNA REGION	37
CAPITULO IV - CONCEPTOS Y ECUACIONES FUNDAMENTALES	42
FINALIDAD DE MODELOS DE CALIDAD DE AGUAS	42
ESTRUCTURA GENERAL DE LOS MODELOS	43
TIPOS DE MODELOS	48
DERIVACION DE LA ECUACION BASICA	49
CINETICA DE REACCIONES	53
Reacciones biológicas	54
Expresiones de Monod-Michaelis	61
CAPITULO V - RIOS Y CANALES.	65
CASO DE CONTAMINANTES CONSERVATIVOS	67
CASO DE CONTAMINANTES REACTIVOS	68
SISTEMAS ACOPLADOS	71
Coeficientes (tasas) de reacción	75
ESTADO NO-PERMANENTE.	79
EL MODELO SIMOX.	80
FOTOSINTESIS	81
EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICION	83
CAPITULO VI - ESTUARIOS Y BAHIAS	85
CONTAMINANTES CONSERVATIVOS (NO DEGRADABLES)	87

CONTAMINANTES REACTIVOS (DEGRADABLES)	91
CONDICIONES ESPECIALES DE BORDE	94
SISTEMAS ACOPLADOS.	95
DETERMINACION DE COEFICIENTES Y REACCIONES.	97
Dispersión por trazadores	97
Valores de reacciones	103
REAERACION SOBRE VERTEDEROS DE PRESAS.	105
METODO DE SEGMENTOS FINITOS	107
Estabilidad y dispersión numérica	116
Programa de computación	119
Un ejemplo de estudio	123
 CAPITULO VII - LAGOS Y EMBALSES	 126
ESTADO PERMANENTE	127
Distribución horizontal.	127
Distribución vertical	133
<i>Sustancias conservativas</i>	133
<i>Sustancias no-conservativas</i>	134
ESTADO NO-PERMANENTE (VARIABLE CON EL TIEMPO)	140
Análisis a largo plazo	140
Análisis a corto plazo	144
<i>Expresiones S_{jk}</i>	145
 CAPITULO VIII - MARES Y OCEANOS	 151
MODELOS DE CORRIENTES PREPONDERANTES Y CORTO PLAZO	151
Dilución inicial	151
Dilución física	164
Proyecto (diseño) de difusores.	169
MODELOS DE SEGMENTACION	173

CAPITULO IX - POLUCION DE AGUA SUBTERRANEA	179
PROPAGACION DE CONTAMINANTES	179
APLICACIONES	183
<i>Caso I</i>	183
<i>Caso II</i>	186
<i>Caso III</i>	192
CONSIDERACIONES SOBRE DISPERSION	193
CASO GENERAL	195
 CAPITULO X - METODOS ESPECIALES DE MONITOREO	 196
OBJETIVOS Y FUNCIONES DE LOS SISTEMAS MONITORIOS	196
METODOS ESPECIALES SELECCIONADOS	198
Medición de corrientes	199
<i>Métodos de trayectoria</i>	199
Determinaciones de parámetros relacionados con desarrollos plantónicos	203
<i>La determinación fluorométrica de clorofila</i>	203
<i>La prueba de frasco en el ensayo de algas en ambiente marino [X-L]</i>	204
Determinaciones relativas a materias flotables y lodos	206
<i>Determinación de materias flotables [X-M]</i>	206
<i>Determinación de demanda bental de lodos</i>	209
 ANEXO I	 211
ECUACIONES Y FUNCIONES DE BESSEL	211
SOBRE SOLUCIONES NUMERICAS	216
Resolución numérica de ecuaciones a derivadas parciales	217
 ANEXO II - HIDRAULICA DE ESTUARIOS	 223
ELEMENTOS PRIMARIOS	223
Efectos de densidad	224
Relaciones hidrodinámicas	226
 BIBLIOGRAFIA	 229

PROLOGO

En las páginas que siguen se exponen conceptos modernos sobre estudios de control de calidad de aguas. Como se ve en los capítulos sucesivos, la evolución de las técnicas abarca desde los enfoques del control hasta la medición de las transformaciones que sufrirá un contaminante al incorporarse a un cuerpo de agua.

Fundamentalmente, el lector podrá familiarizarse con los llamados modelos de calidad de aguas. Un modelo es, en síntesis, cierta representación de hechos en la naturaleza. En nuestro caso, se trata del desarrollo de técnicas y herramientas para expresar en términos matemáticos los diversos aspectos físicos, químicos y biológicos de los cambios experimentados por sustancias agregadas al recurso hídrico.

Aunque las técnicas son relativamente nuevas, quizás pudiera decirse que los conceptos básicos han sido manejados por los ingenieros sanitarios y ambientales hace mucho tiempo. Es indudable, sin embargo, que hubo ciertos hallazgos que marcaron la iniciación de una rápida evolución en el último decenio. Las investigaciones que condujeron a esos hallazgos utilizaron extensamente las herramientas modernas de que ahora se dispone, como los algoritmos matemáticos de análisis de sistemas y las llamadas computadoras. No es posible, quizás, aplicar efectivamente (y aun se podría decir, estructurar) modelos de calidad de aguas sin conocer el uso de esas herramientas. Ello no debe entenderse en el sentido de que se deben dominar las mismas antes de aplicar o estudiar estos modelos.

En las páginas de los diversos capítulos el lector hallará que se le ha supuesto además estar familiarizado con conocimientos en campos tales como hidrología, biología, química del agua, economía, tratamiento de aguas residuales y, por supuesto, análisis matemático. Esto es parte de la preparación normal de los ingenieros sanitarios y ambientales. Pero es indudable que hombres de ciencia de otra preparación básica estarán igualmente capacitados para obtener, de esta presentación, un relato que se cree ordenado de los recientes avances en los estudios de calidad de aguas.

Una rápida revista de los diversos capítulos es, quizás, orientadora. Después de un capítulo inicial en que se presentan caracterizaciones de cargas de polución de diversa índole, se pasa a considerar la evolución de los

enfoques sobre control de polución de aguas. El desarrollo de estos conceptos se ha efectuado con especial atención a América Latina aunque pueden extenderse a casos similares en otros continentes. La Organización Panamericana de la Salud tuvo alto interés en la concepción de estos fundamentos, iniciando su análisis hace aproximadamente una década durante su colaboración con estudios en la cuenca del Plata.

Con el fin de que lectores dedicados en profundidad a otros aspectos de la enorme gama de actividades relacionadas con polución de aguas tengan una visión de los fundamentos de la elección de soluciones se presenta el capítulo tercero. Es una versión algo sobresimplificada de algunas técnicas de análisis de sistemas. Se expone allí la aplicación de los algoritmos básicos de programación lineal y entera a casos de estudios de recursos hídricos y, sobre todo, se incluyen consideraciones sobre la incorporación de restricciones emanadas de aspectos de calidad de aguas en la estructura de estos modelos, que podemos llamar económicos. En casos en que la OPS ha tenido mayor intervención (ver ejemplos PRL-A y PRL-B) la utilización de estas técnicas ha sido útil. Se reconoce, sin embargo, que en ciertos casos de extrema complejidad es necesario aplicar algoritmos de mayor sofisticación.

Los capítulos siguientes, con excepción del último, tratan de los modelos de calidad de aguas en sí. Se piensa que es la primera vez que se presenta una relación coherente de los avances en este campo en la literatura técnica en idioma español. Después de exponer los conceptos básicos y las ecuaciones fundamentales, así como de analizar la cinética de reacciones en distintos parámetros de uso corriente, se pasa a considerar la aplicación de modelos a distintos tipos de cuerpos de agua.

Sucesivamente, y en capítulos separados, se exhiben características y posibilidades de aplicación en ríos y canales; estuarios y bahías; lagos y embalses y, finalmente, mares y océanos.

Debe puntualizarse que estas divisiones no corresponden a veces con la definición geográfica de los cursos o cuerpos de agua. Y ello debe ser así porque los que han guiado la división, en nuestro caso, son los tipos de respuesta y la influencia de ciertos fenómenos que marcan la distinción, no necesariamente coincidentes con lo que geográficamente se acepta.

En cada capítulo que trata de modelos de calidad de aguas puede observarse además un análisis de las llamadas constantes de las ecuaciones que gobiernan el transporte advectivo, la dispersión (si es apropiado) y la transformación o reacción de los contaminantes.

Se cree que esta última característica puede hacer la lectura de estos capítulos particularmente útil, en especial para los técnicos interesados en la aplicación práctica de los modelos. También se han mostrado ejemplos de aplicación en América Latina, lo cual es un tributo a esfuerzos de calificados hombres de ciencia y sus colaboradores por su labor pionera en estos aspectos.

Caben aquí unas reflexiones. Se ha dicho repetidamente que un modelo no es mejor que la información que le sirve de base. Ello es indudablemente cierto pero debe ampliarse su alcance puntualizando que no basta conocer los

algoritmos y sus particularidades. También es esencial conocer la forma de aplicarlos y las condiciones que determinan su selección. Y para ello no existe sustituto al ingenio y a la experiencia del investigador.

Frecuentemente también se pretende dar exagerada importancia a otros tipos de modelos como los hidrodinámicos o los de biología acuática. Si bien es cierto que ellos contribuyen al conocimiento de lo que sucede en el cuerpo de agua y, muy a menudo, son insumos obligados de los modelos de calidad de aguas a que nos referimos en esta publicación, es posible tomar decisiones sin el desarrollo de los anteriores y, en muchos casos, considerarlos como valiosas herramientas de comprobación.

La bibliografía que se acompaña no es muy extensa por el expresado propósito de presentar un relato coherente en idioma español. Hay algunos elementos en el texto que se creen inéditos, aún en otros idiomas, especialmente en el capítulo relativo a polución de agua subterránea y en lo que concierne a enfoques de control de polución.

En todos los casos en que correspondía se ha hecho mención a las fuentes de información y a su vez ellas han sido mencionadas en la bibliografía.

Por último, debe ponerse de manifiesto que no es el propósito de esta publicación considerar y analizar criterios de calidad de aguas relativos a distintos usos de agua ni los avances en la expresión de beneficios, costos y daños emanados de los estudios de polución de agua. Todo ello (aparte de que su enorme amplitud haría poco práctica su inclusión) está siendo expuesto en diversos documentos y libros de reciente aparición (ver por ejemplo PRL-C, PRL-D y sus referencias) a los cuales remitimos al lector interesado.

Se tiene la esperanza que estas páginas contribuyan al fomento de la investigación y de los estudios en cuerpos de agua en la América Latina. Como es natural, sólo asignándoles un carácter dinámico, con periódicas actualizaciones, cumplirán cabalmente su cometido. Para ello se confía en el inapreciable aporte futuro de los lectores.

I

CARACTERIZACION DE CARGAS DE POLUCION

Todo curso o cuerpo de agua recibe un mayor o menor grado de cargas contaminantes, cuya determinación es esencial para poder conocer sus respuestas, actuales y futuras, a dichas solicitaciones. En estas breves notas iniciales se indican algunos aspectos de esas cargas, especialmente en los casos que se presentan en América Latina. Como más adelante se verá, la caracterización de las cargas de polución es necesaria con diversos grados de aproximación de modo que se introduzcan apropiadamente en cada caso que se estudie. Esta caracterización deberá hacerse en los parámetros pertinentes y en los caudales erogados.

AGUAS RESIDUALES MUNICIPALES

Deben distinguirse las aguas residuales provenientes de alcantarillados predominantemente de carácter doméstico (prácticamente sin carga industrial) de los alcantarillados con carga industrial relativamente elevada. Además es necesario considerar los alcantarillados de sistema separativo diferenciados de aquellos de carácter combinado (que reciben aguas pluviales) y aún de los estrictamente pluviales. Algunos resultados confiables obtenidos en América Latina son los presentados en el cuadro I-1.

Los valores que siguen son coincidentes con los obtenidos en experiencias llevadas a cabo en 17 plantas de aguas residuales que tratan alcantarillados de poblaciones entre 15 000 y 30 000 habitantes en Uruguay. Los resultados de muestras medias proporcionales al caudal durante 24 horas, cuatro veces en un año, en las mencionadas plantas, determinaron para el líquido crudo los valores mencionados en el cuadro I-2. [I-C]

En alcantarillados combinados los resultados varían con la duración de la lluvia. El cuadro I-3 indica esos valores con períodos de precipitación en 20 minutos y 2 horas, aunque pueden variar según la intensidad de la lluvia.

Cuadro I-1
 CARACTERISTICAS DE AGUAS RESIDUALES DOMESTICAS (MEXICO)*

Parámetro	Rango de población			
	2500-10 000 habitantes	10 000-20 000 habitantes	20 000-50 000 habitantes	50 000-100 000 habitantes
DBO mg/l	264	299	254	301
DQO mg/l	698	719	609	430
S. Sed ml/l	9	5	8	3
Grasas y aceites mg/l	56	44	65	96
N amoniacal mg/l	27	28	14	12
N orgánico mg/l	18	23	23	9
P PO ₄ Tot mg/l	20	25	16	29
Col Tot NMP/100 ml	7 x 10 ⁷	733 x 10 ⁷	14 x 10 ⁷	107 x 10 ⁷
SST mg/l	286	309	233	167
SS Vol. mg/l	184	202	246	109
Sol. Dis. Tot. mg/l	1213	830	1032	820
Sol. Dis. Vol. mg/l	184	202	246	109

* Extraído de [I-B]

Cuadro I-2
 RESULTADOS EN URUGUAY

(DBO) ₅	260 mg/l
SST	275 mg/l
SS Vol.	70% de SST
S. Sed	7 ml/l
Carga (DBO ₅)/ hab. servido	50 g/cap/día

Como comparación de lo que se ha expresado, los siguientes valores indicados en [I-A] son útiles (en ciudades estadounidenses):

Cuadro I-5
VALORES EN ESTADOS UNIDOS

Parámetro	Promedio	Rango normal
SST mg/l	300	100-400
SS Vol. mg/l	130	80-200
Sol.Dis.Tot. mg/l	500	300-800
Sol.Dis.Vol. mg/l	400	250-800
CDBO mg/l	180	100-450
NDBO mg/l	220	-
N Org. mg/l N	20	5-35
N Amon. mg/l N	28	10-60
NO ₂ + NO ₃ mg/l N	2	0-6
PO ₄ Tot. mg/l PO ₄	20	10-50
Orto PO ₄ mg/l PO ₄	10	5-25

Las cargas bacteriológicas son variables entre $10 \times 10^6 \frac{\text{Coliformes}}{100 \text{ ml}}$ Tot. y $100 \times 10^6 \frac{\text{Coliformes}}{100 \text{ ml}}$ Tot. en América Latina (líquido crudo). En EE.UU. Thoman cita los siguientes valores [I-A]:

Cuadro I-5 (continuación)

	Promedio	Rango Normal
Coliformes totales NMP/100 ml	30×10^6	2 a 50×10^6
Coliformes fecales NMP/100 ml	4×10^6	0.3 a 17×10^6

En muchos casos es conveniente adoptar valores de cargas nitrogenadas y fosforadas antes de su propia determinación en cada caso. El cuadro I-6 indica esas cargas [I-B]:

Cuadro I-6
CARGAS DE NUTRIENTES

Parámetro	Rango de población	
	10 000-20 000 hab.	50 000-100 000 hab.
N Amoniacal mg/l	28	14
N Orgánico mg/l	20	15
PO ₄ Total mg/l	20	20

Por su parte, los valores en promedio de desagües municipales en EE.UU. arrojan los siguientes resultados [I-A]:

Cuadro I-7
VALORES DE NUTRIENTES (EE.UU.)

N-DBO (mg/l) - 220 ppm	N-Org (mg/l)(N) - 20 ppm
N-Amoniacal (mg/l)(N) - 28 ppm	NO ₂ + NO ₃ (N) - 2 ppm
PO ₄ (Tot)(mg/l PO ₄) - 20 ppm	Orto PO ₄ (mg/l PO ₄) - 10 ppm
Carga/persona: 2 a 4 kg/cap/año (N) y 0.5 - 1.5 kg/cap/año (P)	

CARGAS DE DESAGÜES AGRICOLAS

En sistemas de riego que se encuentran en cuencas bordeando lagos y embalses, así como en algunos casos de otros cuerpos de agua, la carga en materias nitrogenadas y fosforadas puede conducir a situaciones de alto desarrollo plantónico, como más adelante se analiza. Puede suceder incluso que, en ciertos estudios, el aporte significativo de esas cargas provenga de drenajes naturales sin que existan sistemas de riego operando.

El cuadro I-8 indica la extrema variación de valores de aporte que pueden encontrarse,

Cuadro I-8
CARGAS DE NUTRIENTES AGRICOLAS

Tipo de aporte	N-Tot (kg/ha/año)	P-Tot (kg/ha/año)
Bosque (forestal)	1.3 - 3.0	0.3 - 0.8
Flujo retorno superficial	2.5 - 24.0	0.9 - 3.9
Flujo retorno subsuperficial	38.0 - 166.0	2.5 - 8.1

Estas cargas se incrementan al crecer la pendiente del terreno.

CARGAS INDUSTRIALES

Los diversos tipos de industrias, la variedad de sus descargas líquidas y el amplio rango de los procesos utilizados hacen extremadamente difícil exponer la caracterización de estas cargas dentro de los límites fijados en este tipo de presentación.

A esto se agrega que el progreso de la tecnología hace generalmente variar los procesos tomándolos más eficientes, reduciendo así las descargas tanto en caudal como en concentración.

En el estudio [I-E] hubo necesidad de adoptar valores para propósitos de uniformización de cargas unitarias.

El siguiente cuadro I-9 expone los caudales y concentraciones que se utilizaron en el mencionado estudio, debiéndose advertir al lector que son valores promedios estimados en el área de la cuenca del Plata, característicos de las condiciones de esas industrias y de los desagües de las mismas en la vasta subregión.

Por otra parte es claro que los valores del cuadro I-9 tienen aplicación sólo en el caso de estudios de carácter preliminar, como el [I-E], cuya escala justifica esas gruesas aproximaciones.

Por comparación, el cuadro I-10 se extrajo de la publicación [I-F] y representa valores medios en Estados Unidos. Otros valores pueden encontrarse en [I-K].

Es interesante apreciar los porcentajes correspondientes respectivamente a agua de enfriamiento, agua de proceso y agua para fines sanitarios (incluyendo agua para calderas en esta última). Esto se ve en el cuadro I-11 también indicado en [I-F].

Cuadro I-9
 CARGAS INDUSTRIALES
 Valores Estimados de Parámetros
 (ver [I-E])

Tipo de industria	Caudal m ³ /ton	Parámetro y concentración en mg/l
Mataderos y frigoríficos	4	(DBO) ₅ - 3000
Lecherías	5	(DBO) ₅ - 1600
Cervecerías	15	(DBO) ₅ - 1300
Vino y alcoholes	15	(DBO) ₅ - 2000
Azúcar de remolacha	40	(DBO) ₅ - 250
Azúcar de caña	3	(DBO) ₅ - 200
Conservas (enlatadoras)	10	(DBO) ₅ - 1000
Aceites (comestibles)	20	(DBO) ₅ - 500
Textiles	100	(DBO) ₅ - 900
Celulosa (pulpa)	200	SST - 500
Fábricas de papel	110	SST - 500
Curtiembres	60	SST - 1500
Refinerías de petróleo	6	Grasas - 10
Siderúrgicas	25	SST - 100
Metalúrgicas	20	Grasas - 40
Jabones y detergentes	4	Grasas - 100
Petroquímicas	100	Grasas - 40
Taninos	10	(DBO) ₅ - 500

Frecuentemente es necesario conocer concentraciones de metales pesados en aguas residuales. Un estudio [I-G] realizado en tres alcantarillados de los EE.UU. indica las diferencias por cargas industriales y lo que puede esperarse cuantitativamente.

En Muncie, Indiana, con sistema separativo y prácticamente sin carga industrial se obtuvieron los valores del cuadro I-12.

En New York se separaron las industrias de electrodeposición y fotografiado y se determinaron los porcentajes de aporte por las citadas industrias, por residencias, y por otras industrias así como agua pluvial urbana. El cuadro I-13 resume esa información.

Cuadro I-10

VALORES DE PARAMETROS EN DESAGÜES INDUSTRIALES EN ESTADOS UNIDOS

Tipo de industria	Unidad	Caudal 1/unidad	DBO ₅ kg/unidad	SST kg/unidad
Frigoríficos	500 kg (peso vivo)	5500	6.2	6.0
Lecherías	500 kg (leche cruda)	1000	2.5	-
Cervecerías	Barril	1400	0.8	0.5
Azúcar de caña	ton	14000	2.4	-
Enlatadoras (general)	Caja No. 2	120	0.15	0.06
Porotos	Caja No. 2	200	0.08	0.05
Tomates	Caja No. 2	50	0.10	0.06
Maíz	Caja No. 2	180	0.32	0.09
Duraznos	Caja No. 2	280	0.19	0.15
Mataderos aves	1000 aves	25000	11.9	7.2
Papel y pulpa:	ton			
(Vieja tecnología)		320000	90	360
(Tecnología típica)		150000	60	250
(Tecnología avanzada)		95000	35	120
Refinería de petróleo	Barril de crudo			
(Vieja tecnología)		950	0.18	-
(Tecnología típica)		380	0.05	-
(Tecnología avanzada)		190	0.25	-
Textiles	500 kg	1700	0.5	0.2
Fibra sintética	500 kg	54000	28	-
Acero	kg lingote			
(Vieja tecnología)		37	-	45
(Tecnología típica)		38	-	55
(Tecnología avanzada)		52	-	83
Pulpa de papel	ton pulpa			
Kraft		140000	40	34
Sulfito		200000	220	25
Blanqueado		100000	16	13
Papel (todos)	ton papel	110000	17	27

Cuadro I-11
 PORCENTAJES DE AGUAS USADAS EN INDUSTRIAS

Industria	% Agua de enfriamiento	% Agua de proceso	% Agua sanitaria y calderas
Alimentación	47.0	35.0	18.0
Papel	4.6	93.2	2.2
Química	76.2	21.7	2.1
Refinería (petróleo)	82.7	6.1	11.2
Productos de piedra y arena	42.5	49.0	8.5
Cemento	50.0	44.7	5.3
Metales primarios	79.2	19.4	1.4

Cuadro I-12
 CONCENTRACIONES DE METALES PESADOS EN ALCANTARILLADO SEPARATIVO

Metales	Concentración mg/l	Factor de carga kg/día/1000 hab.
Cd	0.007	0.003
Cr	0.008	0.003
Cu	0.12	0.05
Pb	0.12	0.05
Ni	0.024	0.01
Zn	0.25	0.10
Mn	0.052	0.02

Cuadro I-13

APORTES DE METALES PESADOS EN ALCANTARILLADO DE NEW YORK

Metales	% de industrias de electrodeposición y fotograbado	% por carga residencial	% por otras industrias y agua pluvial urbana
Cu	15	38	46
Cr	14	27	58
Ni	53	34	12
Zn	7	16	76
Cd	19	38	43

Los factores de carga (en kg/día/1000 hab.) residenciales se pueden apreciar, comparativamente, en el cuadro I-14.

Cuadro I-14

COMPARACION DE FACTORES DE CARGA

Metal	Ciudad		
	New York	Pittsburgh	Muncie
Cd	0.008	0.005	0.003
Cr	0.04	0.009	0.003
Cu	0.09	0.05	0.05
Pb	-	0.03	0.05
Ni	0.04	0.005	0.01
Zn	0.10	0.08	0.10

De algunas industrias que son relativamente típicas de América Latina hay algunos datos que pueden ser útiles para estimar cargas.

Entre ellos seleccionamos a:

Harina de Pescado (Referencia [I-H])

Tipo de desagüe	Volumen	Concentraciones
Agua absorbente	150% del volumen de anchovetas	10 000 ppm (DBO) ₅
Agua de cola	60% de la materia prima usada o 23% de la producción de harina	70 000 ppm (DBO) ₅
Sanguaza	5% de la capacidad reducida de anchovetas	30 000 ppm (DBO) ₅

La mezcla de agua residual tiene un promedio de 30 000 ppm (DBO)₅ y sólidos totales mayores a 40 000 ppm.

Café (Referencia [I-J]) (Método húmedo)

Caudal de aguas mieles: aproximadamente 1.25 m³ por cada 75 quintales de café "en uva" (o sea 15 quintales de café "en oro").

Los sólidos volátiles en agua de despulpe alcanzan a 35 000 ppm y en agua de fermentación a 6000 ppm.

Tipo de desagüe	Carga	Concentración
Agua de despulpe	0.0288 kgDBO/kg café en uva	25 900 ppm (DBO) ₅
Agua de fermentación	0.00285 kgDBO/kg café en uva	3200 ppm (DBO) ₅

EFICIENCIA EN LOS TRATAMIENTOS

Como es conocido, la eficiencia de las plantas de tratamiento no sólo depende del parámetro considerado sino también de las concentraciones de los mismos, y de una serie de otros factores.

Es así que se han encontrado eficiencias altas en tratamiento primarios, por ejemplo, en América Latina comparados con otras regiones donde las concentraciones en sólidos suspendidos y (DBO)₅ son menores.

El trabajo [I-C] indica reducciones en esos parámetros del orden del 60% y 50% respectivamente frente a valores aceptados en otras naciones de 50% y 35% respectivamente.

Es por ello que la adopción de porcentajes de reducción debe incluir un juicio en el que la experiencia del proyectista o consultor juega rol fundamental.

No obstante, se juzga adecuado ofrecer tablas de valores que permiten encuadrar los rangos de variación y disminuyen las posibilidades de errores gruesos.

En primer lugar se incluye la figura I-1 que se derivó tomando datos fundamentalmente de la publicación [I-F] y de otras similares.

La figura I-1 ofrece rangos de valores que permiten tener idea de las características de los tres niveles de tratamiento.

El cuadro I-15 extraído de [I-A] permite apreciar las reducciones probables basadas en la concentración del líquido crudo. Se advierten en este cuadro diferencias respecto a valores indicados en la figura I-1, lo cual es en parte atribuible a la distinta procedencia de la información y también a la diferencia de procesos en ciertos casos.

Las eficiencias en reducción de bacterias pudieran responder a los siguientes valores de concentración:

Líquido cloacal crudo	10^8 coliformes/100 ml
Efluente tratamiento primario	10^7 coliformes/100 ml
Efluente tratamiento secundario	10^5 coliformes/100 ml
Efluente <u>clorado</u> de tratamiento primario	10^4 coliformes/100 ml
Efluente <u>clorado</u> de tratamiento secundario	10^2 coliformes/100 ml

USOS DE AGUA Y CRITERIOS DE CALIDAD

Tanto los niveles de calidad de agua adecuada a los distintos usos como la enorme información científica relativa a los criterios que guían la selección de esas características se han considerado como materias cuya inclusión en esta publicación no es aconsejable.

Tampoco el lector podrá encontrar conceptos, desarrollos o valores correspondientes a cálculos de costos y beneficios de diversas obras hidráulicas o de tratamiento, salvo excepciones.

No obstante, en la bibliografía de este y otros capítulos hay extensas y profundas referencias sobre estos temas que complementan las clásicas publicaciones al respecto, seguramente conocidas por el lector.

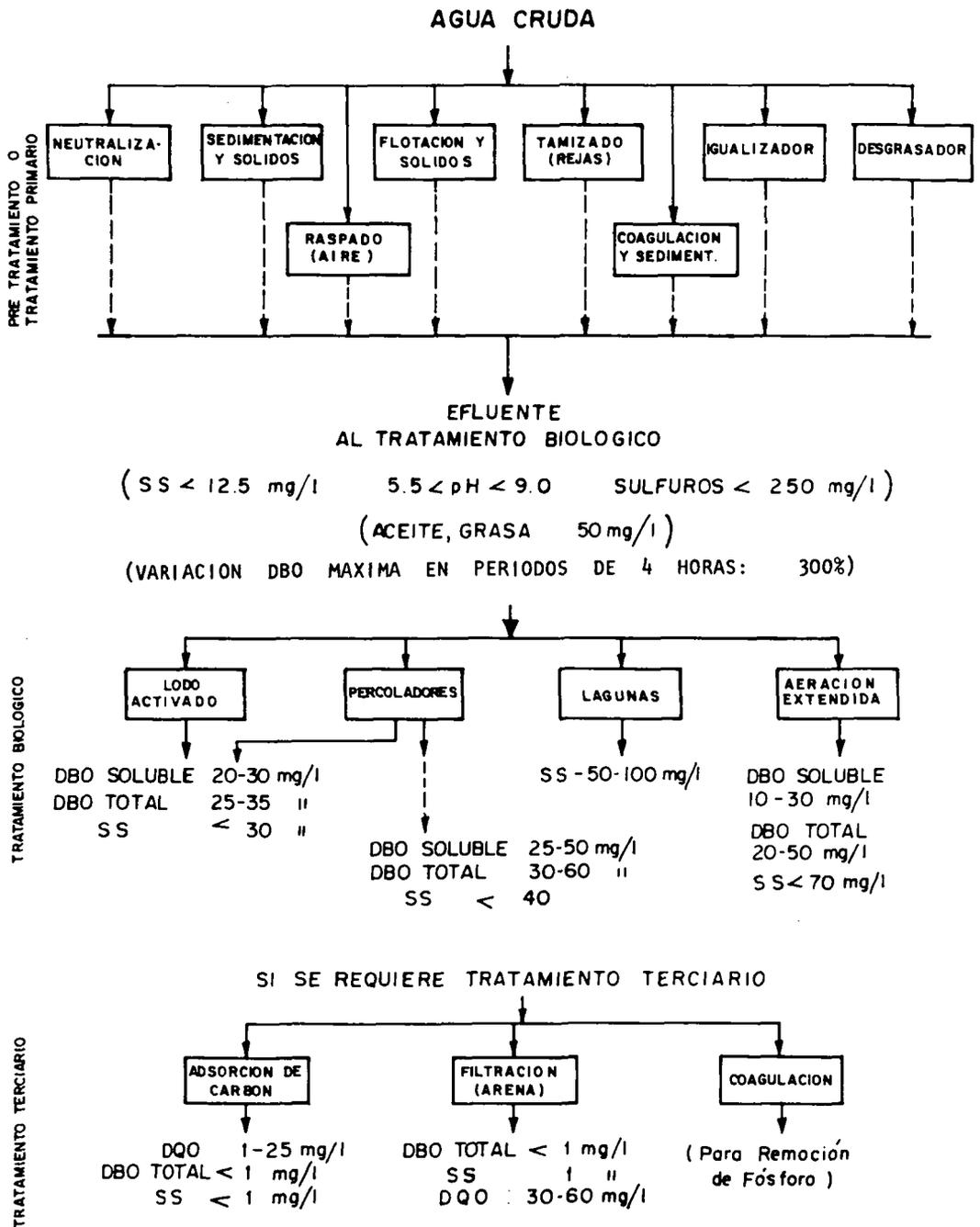


Figura I-1

Cuadro I-15
EFICIENCIA DE TRATAMIENTOS EN ESTADOS UNIDOS

Tratamiento	(DBO) ₅	SS	N-Tot	Sol.Dis.	Fósforo-Tot
	Reducciones en %				
Sedimentación primaria	25-50	20-60	10-20		
Tratamiento químico intermedio	40-65	60-80	20-30		
Tratamiento secundario (primario y lechos percoladores.	65-85	60-80	20-40		
Tratamiento secundario (primario y lodo activado convencional)	85-90	90	20-40	5	10
Tratamiento secundario, nitrificación y desnitrificación	90-95	95	90	5	10
Tratamiento secundario, coagulación, sedimentación y filtración	95	99	50	10	95
Tratamiento secundario, coagulación, sedimentación y adsorción	99	99	55	15	95
Tratamiento secundario, coagulación, adsorción y electrodiálisis	99	99	75	50	97

EVOLUCION DE ENFOQUES EN CONTROL DE POLUCION DE AGUA

A través de los siglos, la humanidad ha demostrado su preocupación por el aprovechamiento de los recursos hidráulicos. Es útil examinar someramente las etapas y los progresos en ese aprovechamiento, ya que la evolución de las tendencias en las prácticas de planeamiento y utilización de tales recursos arroja luz en el análisis de la situación actual y ayuda nuestra capacidad para adoptar posiciones.

EL INTERES EN EL DESARROLLO HIDRICO

Comparativamente a las posibilidades económicas de cualquier período en la historia, los recursos hídricos exigieron inversiones y gastos elevados. Las obras hidráulicas fueron y son complejas, generalmente irreversibles en sus alcances. Tanto en las antiguas civilizaciones de Europa como en las de América la relativa escasez del recurso hídrico ha provocado realizaciones que aún hoy sorprenden. Ello prueba una de las primeras conclusiones a las que debemos arribar, esto es, que la adecuada distribución de un recurso escaso involucra un problema económico-social.

La iniciación del desarrollo industrial en la centuria pasada provocó otra necesidad adicional en la adecuada provisión de agua para diversos usos. El transporte cobró importancia como lo prueban los grandes canales: Erie, Suez, Panamá y otros. Hubo constataciones de que otros aspectos estaban ligados, como la adecuada protección de la salud de trabajadores y usuarios. Descubrimientos notables como el desarrollo de la electricidad y de la microbiología plantearon nuevas demandas en cantidad y calidad de aguas que se sumaron a las ya existentes.

LA EVOLUCION DEL PLANEAMIENTO

Es interesante constatar que en las primeras décadas de este siglo la necesidad local de cierto uso de aguas hacía que se aprovechara el recurso para satisfacerla con preponderancia a otros. Esta época se caracterizó por el desarrollo puntual de los recursos hídricos, especialmente en lo que se refiere a presas de embalse. Estas tenían generalmente un propósito único y si existía algún uso adicional de las aguas era sólo como subproducto del aprovechamiento principal.

El T.V.A. (Tennessee Valley Authority) creado en los EE.UU. antes de la segunda guerra mundial representó un avance significativo en el aprovechamiento de un vasto sistema de aguas. Por vez primera en esa escala, se proyectó un aprovechamiento de conjunto. Además, y esto no es menos importante, se trató de conjugar necesidades de control de crecientes, producción hidroeléctrica y navegación. Hoy en día, sin embargo, usos como recreación tienen en ese sistema igual o mayor significación, lo que se traduce en el manejo diferente de sus aguas y sus estructuras y equipos.

Durante la segunda guerra mundial sucedieron otros eventos significativos en la evolución del planeamiento de los recursos hídricos. Comenzaron a producirse las primeras computadoras digitales realmente útiles. Por otra parte, un investigador estadounidense llamado Danzig desarrolló lo que se llamó programación lineal. Este algoritmo resuelve, para ciertas condiciones de las variables, problemas de máximos o mínimos de funciones lineales cuando se exige el cumplimiento simultáneo de condiciones también lineales llamadas restricciones.

El desarrollo y solución de éstos y otros algoritmos del mismo tipo exigió a su vez mayores computadoras y las posibilidades de estos nuevos equipos incidió en el perfeccionamiento de los algoritmos.

Esto condujo al planteamiento y resolución de muchos problemas de desarrollo hídrico que, antes de lo que inició Danzig y sus colaboradores, eran inabordables. Fue así que un brillante grupo de investigadores de la Universidad de Harvard planteó las bases teóricas del planeamiento hídrico en un memorable libro que guió gran parte de los desarrollos posteriores [II-A].

Entre otros aspectos, claramente se vio con estos avances que lo importante es fijar el objetivo socioeconómico a alcanzar o cumplir con las aguas del sistema a desarrollar. Si un objetivo se cambia, también lo hará la mejor u óptima solución. El objetivo se complementa con las restricciones que limitan el libre juego de las variables.

Es preciso aclarar que el objetivo indicado no es una meta de usos de agua. Por ejemplo, no es un objetivo regar 10 000 ha o producir 50 000 kW de energía. El objetivo debe ser una expresión socioeconómica como por ejemplo alcanzar el máximo beneficio neto por uso de las aguas de un sector o de toda la población de una área afectada por ese sistema hídrico.

ENFOQUES DE CONTROL DE POLUCION DE AGUAS

Hasta muy recientemente, muchas autoridades relacionadas con programas de control de polución de aguas conducían sus acciones de acuerdo a los siguientes pasos:

1. Apreciación del problema por aspectos físicos y reunión de datos sobre parámetros convencionales.
2. Estudio del grado de contaminación por evaluación de estos datos con relación a límites generales.
3. Identificación y caracterización de fuentes de polución en esos parámetros.
4. Adopción de normas y estándares.
5. Estudio e implementación de un programa de control para cumplir los estándares.

Con algunas excepciones podríamos decir que los resultados de programas así concebidos han sido desalentadores en América Latina. Las leyes y regulaciones emitidas en consecuencia de este proceder han sido frecuentemente violadas. Aunque no es fácil, en general, identificar las causas del fracaso, es del caso puntualizar desde ya: hechos económicos y valores a proteger han sido ignorados en grados diversos con este proceder.

El nuevo enfoque que se propone tiene como basamento una actitud diferente. En él, establecemos que:

Hay un problema de polución de aguas cuando un uso de aguas está afectado por la polución, ahora o en el futuro. En otras palabras, para determinar la existencia del problema se deben evaluar los daños (a agua potable, o recreación o agricultura, etc.) y comparar con los costos de control necesarios para reducir esos daños, después de identificar las fuentes de polución.

Los pasos propuestos son, entonces:

- (a) Apreciación del problema identificando los valores afectados.
- (b) Determinación del monto de los daños (si son expresables monetariamente) o de los daños intangibles si no lo son.
- (c) Identificación y caracterización de las fuentes de polución que causan los daños.
- (d) Determinación de los costos de control para reducir los daños.
- (e) Estudio e implementación de programas de control que minimicen la suma de costos de control más daños, en sentido general.

Supongamos, para aclarar ideas, que tenemos el sencillo caso de la figura II-1. La descarga de aguas residuales de la industria I provoca daños en la producción agrícola que riega con aguas del río en II.

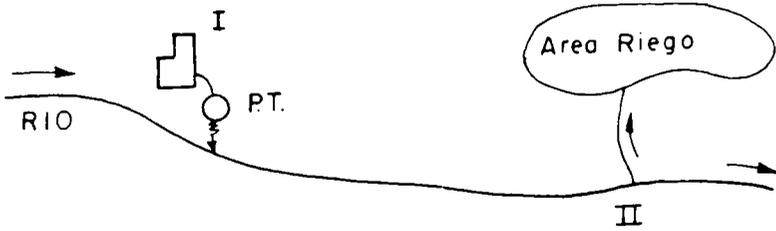


Figura II-1

La autoridad de control calcula la curva de daños que lógicamente crece con la concentración del contaminante (por ejemplo sodio) en el efluente de la industria y por tanto en las aguas del río.

Entonces, mediante el estudio de los costos de control (que son mayores a mayores reducciones de la concentración del contaminante) está en condiciones de determinar la concentración óptima.

En la figura II-2 se puede ver la curva creciente de daños con la concentración (por ejemplo en g/m^3) del contaminante y la curva decreciente de costos de control. Estos costos de control pudieran ser los costos de capital, operación y mantenimiento de la planta de tratamiento P.T. en la figura II-1.

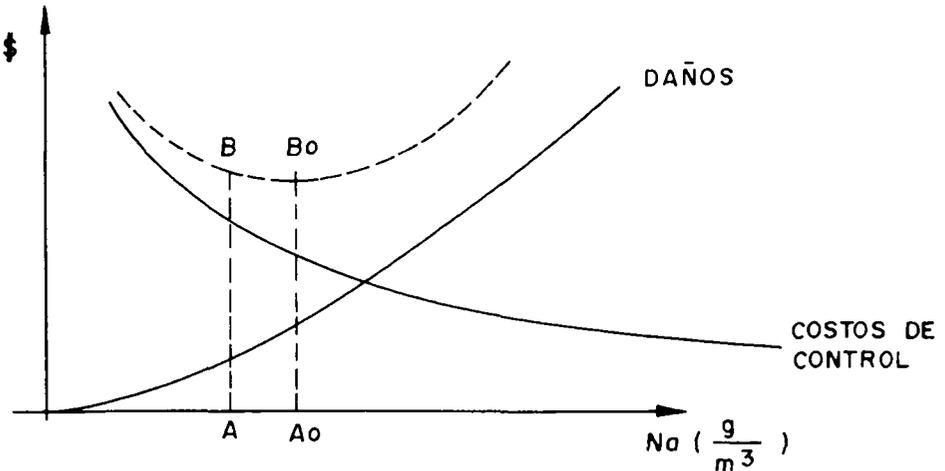


Figura II-2

Sumando para cada concentración como en el punto A los valores de daños y costos de control correspondientes se tienen puntos como el B. El lugar de los puntos B es la curva suma de costos de control más daños. El valor mínimo B_0 corresponde a una concentración A_0 que es la óptima para ese caso considerado.

Es oportuno notar que si cambia la curva de daños por cualquier razón (otro cultivo, mejor drenaje, etc.) entonces el valor de A_0 variará porque variará la curva B. Si ello es así, ¿cómo es posible establecer, como en el enfoque anterior, un valor fijo general para un contaminante sin estudiar cada caso particular?

Pero hay algo más que es interesante destacar. La concentración del contaminante en el río que es la que determina la curva de daños es, aproximadamente:

$$C = \frac{\lambda W}{Q+q}$$

Expresión en la cual:

C = concentración del contaminante en el río, que es la que determina los daños, en g/m^3 .

W = carga del contaminante/hora, que sale de la industria, en $g/hora$.

λ = porcentaje eliminado por la planta de tratamiento.

Q = caudal del río en $m^3/hora$.

q = caudal de aguas residuales de la planta en $m^3/hora$.

Se ve aquí que la concentración C puede disminuirse ya sea aumentando el tratamiento (o sea rebajando el numerador) o bien aumentando el denominador. Si la producción no varía, q tampoco. Pero se pudiera aumentar el valor de Q quizás por construcción de embalses aguas arriba y descarga de aguas de dilución en los períodos convenientes.

Este hecho es de capital importancia. Nos revela la interdependencia de un fenómeno de control de polución con el manejo cuantitativo del recurso hídrico. Si ello es así, entonces cabe pensar que la exigencia de agua de dilución para mejorar un aspecto de calidad de aguas puede entrar en abierta competencia con otros usos que pueden requerir esos volúmenes simultáneamente. Polución de aguas no es, pues, un hecho aislado en el sistema hidráulico. Tiene entonces su lugar en el complejo de intereses que finalmente determinará la cantidad y calidad de agua que deberá existir en cada punto del sistema.

EL VERDADERO PLANTEAMIENTO

Pudiéramos decir ahora que lo que buscamos es hallar la mejor distribución del recurso hídrico, en cantidad y calidad, en cada punto y a lo largo del tiempo. Sin embargo, a poco de examinar esta definición la pregunta que surge es: ¿mejor para qué o para quiénes? Es evidente que tenemos necesidad de una función clasificadora de las soluciones. Esa función nos debería guiar en hallar esa distribución óptima. Esta función es precisamente la traducción a expresiones manejables de nuestro objetivo al que antes aludíamos. Si variamos el objetivo varía la solución óptima porque varía la función clasificadora. Ya se dijo que el objetivo se complementa con las restricciones. En muchas ocasiones, estas restricciones son la expresión de la protección de valores no monetarios que queremos preservar.

En diversos estudios en la América Latina en los que el autor estuvo involucrado se plantearon necesidades de preservación de valores de calidad de aguas cuya expresión monetaria era difícil si no imposible. De este tipo fueron las restricciones en los casos de los ríos Santa Lucía (Uruguay), Viña del Mar (Chile), Cauca (Colombia) y de la bahía de Guanabara (Brasil), entre otros. En ellos, ciertos parámetros como oxígeno disuelto y bacteria, por ejemplo, debían asumir valores por encima o por debajo de ciertos límites asociados a condiciones estéticas, recreativas, o de protección ecológica. Estas exigencias, a su vez, limitaban a la función objetivo y así quedaban incorporadas condiciones de calidad de agua que reflejaban decisiones políticas a las cuales es imperioso acatar. Ese acatamiento no es una voluntad del técnico o de un político aislado sino de una conjunción de deseos y voluntades de pago que representan la verdadera disposición de los usuarios, directos o indirectos, del sistema hídrico.

En general, la experiencia nos dice que la selección del objetivo y las restricciones no es fácil de realizar, sino que es conveniente presentar varias posibilidades y desarrollar las soluciones óptimas correspondientes. O bien, efectuar apreciaciones de órdenes de magnitud que faciliten *a priori* la selección de objetivos con menores riesgos de error.

ADOPCION DE ESQUEMAS

La complejidad de los sistemas hídricos hace que, frecuentemente, se recurra a simplificaciones drásticas para reproducirlo en esquemas. Corresponde a la habilidad del especialista y, en alto grado, al aporte de su experiencia, visualizar *a priori* las simplificaciones que sean compatibles con la aproximación buscada en la solución.

No debemos olvidar que muchas relaciones que existen entre las variables de un sistema hídrico son de naturaleza lineal o sea de la forma:

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b$$

Correspondiendo a restricciones del tipo desigualdades o igualdades o a ambas.

Es evidente que, entonces, la adopción de simplificaciones que permiten que aquellas restricciones no lineales se conviertan en lineales permitirá aplicar las poderosas herramientas de la programación lineal.

Lo dicho respecto a las restricciones también se aplica a los términos de la función objetivo. Algunos métodos para linearizar funciones que se encuentran en este tipo de problemas son analizados más adelante en este capítulo.

Otro elemento importante en la adopción del esquema inicial es el relativo a las secuencias hidrológicas. En ciertas regiones, los sistemas hídricos responden a secuencias de estaciones secas y húmedas. Un modelo de dos estaciones anuales simplifica la resolución del problema porque reduce al mínimo el número de restricciones. Hace diez años, un límite de 250 ecuaciones o inecuaciones de restricción estaba impuesto por el tamaño o capacidad de las computadoras disponibles. Esto es una fuerte limitación para un sistema hídrico común. Si el modelo pasa a ser mensual, las posibilidades de restricciones serían la sexta parte del modelo de dos estaciones anuales.

Tampoco es posible descuidar los aspectos relativos a la disponibilidad de agua. Si nuestra hidrología puede asumirse razonablemente determinística, es lógico que nuestros esquemas iniciales así lo consideren.

La aplicación de series estocásticas quizás sea mayormente aconsejable en los estudios de refinamiento o comprobación de los modelos. En los estudios del río Santa Lucía (Uruguay) se trabajó con hidrología determinística en el modelo inicial de programación matemática y se comprobó mediante la aplicación de una secuencia hidrológica estocástica a la solución encontrada (*).

Por último, aunque de ninguna manera lo menos importante, no podemos soslayar que en todo modelo hídrico deben hacerse suposiciones relativas a operación de sus elementos. La solución óptima que se busca implica no solo encontrar las dimensiones de las presas, las plantas de tratamiento, la producción de energía a asegurar o las áreas de riego a preservar (por citar algunos elementos), sino también su forma de operación. Si suponemos un modelo de dos estaciones anuales y que los embalses se llenen en invierno y se vacíen en verano, la naturaleza simplificativa de esta suposición hay que soportarla con la aproximación que se busca en la solución. En ese modelo, la variable volumen del embalse (útil si se quiere) es todo lo necesario para caracterizarlo. En cambio, en un modelo de más estaciones el contenido del embalse en el comienzo de cada estación representa una variable separada. La aproximación es mayor pero también es mayor la complejidad del modelo resultante.

ESTRUCTURA DE MODELOS ECONOMICOS

Objetivo, restricciones y criterios

Ya se ha dicho antes que la metodología de la moderna concepción del análisis de recursos hídricos se basa en la elección de la llamada función objetivo.

La función objetivo es la expresión matemática de lo que se pretende sea la contribución del recurso hídrico a las aspiraciones de los beneficiarios directos o indirectos del mismo.

Conviene aclarar que no deben confundirse usos del agua o valores derivados del recurso hídrico con el objetivo en sí y su expresión por la función objetivo. El objetivo es, de un modo u otro, la traducción de un hecho económico. No es un objetivo regar 10 000 hectáreas. Es sí un objetivo maximizar el aporte del recurso hídrico a la economía nacional, por ejemplo.

(*) El modelo de programación matemática fue realizado por el autor. La comprobación la efectuó el Dr. David Moreau de la Universidad de North Carolina, EE.UU. (Dept. del Dr. M. Hufschmidt).

Inevitablemente, lo que precede nos conduce a analizar beneficios y costos. Estos solo pueden ser consecuencia de la definición del objetivo. No serán expresados igual, para el mismo sistema hídrico, beneficios y costos cuando los objetivos difieran.

Pero, además de ello, deben haber criterios que aclaren el alcance de las expresiones. Es así que deberemos fijar una tasa de actualización o interés para determinar valores presentes y así comparar costos o beneficios de períodos diferentes. Otros criterios se refieren a la forma de cálculo de beneficios y costos, estando estrechamente ligados a restricciones de carácter presupuestal (*).

Por último, existe una multitud de restricciones de carácter hidráulico, sanitario y económico que establecen relaciones entre las variables.

Nuestra tarea es encontrar la combinación de elementos del sistema hidráulico, sus productos y los procedimientos de operación que mejor satisfacen su función objetivo, criterios y restricciones.

EL MODELO DE DOS ESTACIONES

Un esquema simple sirve para estudiar relaciones fundamentales y analizar consecuencias de suposiciones. El esquema consta de un embalse de volumen útil V (una de las incógnitas cruciales) que alimenta una zona de riego A y un abastecimiento de agua de una ciudad Z . La ciudad también puede recibir agua de un campo de pozos G , y descarga al curso de agua sus aguas residuales a través de una planta de tratamiento. Una zona de protección al sistema ecológico se desea establecer en P .

El esquema es el siguiente:

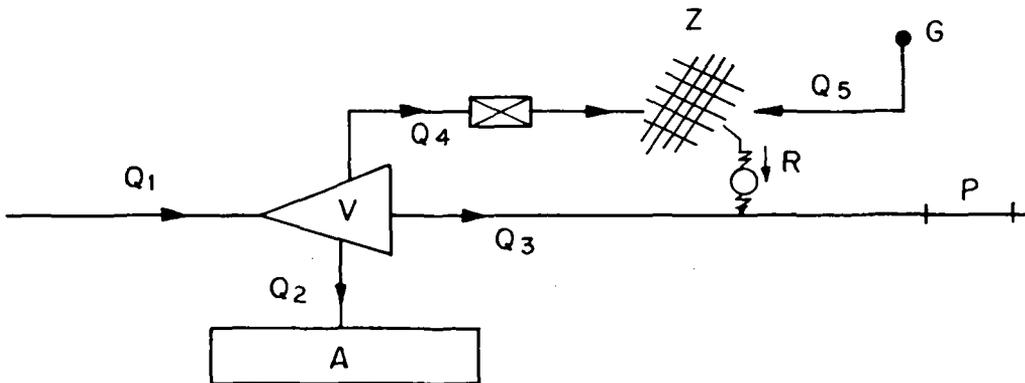


Figura III-1

(*) Una restricción de este tipo conduce a la adopción de precios sombra o costos de oportunidad.

Se supone que las infiltraciones al sistema de alcantarillado de Z compensan las pérdidas en el abastecimiento de agua, así que el volumen de descarga es igual a la demanda D. Esto suponemos que es 0.6 D en verano y 0.4 D en invierno. Si asumimos que el objetivo establecido es el de eficiencia económica, la función objetivo será:

$$u = \sum B - \sum C$$

y debemos maximizarla para encontrar la solución. Desde que los beneficios de agua potable se suponen constantes (puesto que hay que abastecer de todos modos a la población) no intervienen en la maximización. Entonces la expresión de u en nuestro caso es:

$$u = B_R - C_R - C_E - C_{AP} - C_T$$

donde:

B_R - beneficios de riego en el período considerado
(sea 1975-2000)

C_R - costos de riego en igual período

C_E - costos de embalse y presa

C_{AP} - costos de agua potable

C_T - costos de depuración de aguas residuales.

Las expresiones para estos beneficios y costos, suponiendo una tasa de actualización r y que las obras se realizan y operan a partir de 1975, serán:

$$B_R = \sum_{i=1}^{25} \frac{p_R q_R A}{(1+r)^i}$$

(p_R) es el costo de un m^3 de agua de riego. Este costo puede ser obtenido de una estadística que dé los beneficios de un año con riego frente a uno sin riego (o de experimentos adecuados).

(q_R) es el resultado de lo que se necesita por hectárea (en m^3/ha) durante la temporada de verano. Puede ser estimado, por ejemplo, aplicando la fórmula de Blaney y Criddle a las condiciones de la zona.

(A) es la incógnita (número de hectáreas a regar).

Si k_R es el costo de capital/ha y k'_R es el costo de operación-mantenimiento-reparación/ha, para implantar y operar el sistema de riego, entonces:

$$C_R = k_R A + \sum_{i=1}^{25} \frac{k'_R A}{(1+r)^i}$$

Los otros costos serán:

$$C_E = aV \text{ (a es una constante)}$$

$$C_{AP} = m Q_{4V} + n Q_{5V} \text{ (m y n son constantes)}$$

$$C_T = \lambda_1 - \lambda_2 Q_{3V} \text{ (\lambda}_1 \text{ y } \lambda_2 \text{ son constantes)}$$

Estas tres funciones representan simplificaciones de características severas.

Las dos primeras pueden ser apreciadas fácilmente por el lector y juzgadas en diferentes casos que su memoria recuerde. La tercera merece una débil defensa, a la luz del ejemplo que examinamos.

Supongamos que en P el oxígeno disuelto deba ser mantenido, en todo tiempo, mayor o igual a 4 ppm (para una protección razonable del sistema biológico y como una indicación de la "salud" del mismo).

La ecuación del déficit D de oxígeno

$$D = O_{sat} - O_a$$

donde O_{sat} es el oxígeno de saturación en las condiciones de nuestro curso de agua y O_a el oxígeno existente en un punto de P, fue desarrollada originalmente por Streeter-Phelps. Esa relación es

$$D = \frac{k_1 L_a}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}) + D_a e^{-k_2 t}$$

donde D_a es el déficit en el río al recibir la descarga (ya mezclada). Admitamos, además, que k_1 es conocido (más adelante ello se discute) como característica de la desoxigenación por acción en materia biodegradable. También veremos que la ecuación de O'Connor

$$k_2 = \frac{3.9 V^{1/2}}{H^{3/2}}$$

donde k_2 (característica de reoxigenación) está dado en día⁻¹, V en m/s y H en m (V velocidad media y H profundidad media del tramo), es la más confiable generalmente.

Pero además, puede verse o probarse que:

$$Q_a = Q_r + Q_R$$

donde Q_r es caudal residual y Q_R caudal del río antes de la confluencia; y que siendo L_a la demanda bioquímica primera etapa, L_r la del líquido residual y L_R la del río antes de la confluencia, resulta:

$$O_a Q_a = O_R Q_R + O_r Q_r$$

$$L_a Q_a = L_R Q_R + L_r Q_r$$

y, por condiciones hidráulicas:

$$V = c Q^d$$

$$k_2 = b_1 Q^{b_2}$$

donde c , d , b_1 y b_2 son constantes.

Tomando dos valores de Q podemos obtener las constantes de las funciones:

$$\log V = \log c + d \log Q$$

$$\log k_2 = \log b_1 + b_2 \log Q$$

y calcular para todo valor de Q (gráficamente por ejemplo) los valores correspondientes de V y k_2 (ya que se halla V por medición directa y los valores de k_2 por la fórmula de O'Connor).

En consecuencia, si se supone un tratamiento en R (ver figura III-1), se puede conocer L_r y O_r , así como Q_r . Como los valores del río se conocen, resulta fácil ver que: $D = f(Q_r)$, o sea para cada Q_r tendría un tratamiento especificado, o sea un costo.

En un ejemplo desarrollado con valores que eran representativos para Sudamérica (precios de 1950, tratamiento primario US\$7.00/hab., tratamiento secundario US\$27.00/hab.) la ecuación de la recta fue:

$$C_T = 82.1 - 0.069 Q_R$$

donde Q_R estaba expresado en millones de m^3 /temporada y C_T en millones de dólares.

En nuestro caso:

$$Q_R = Q_{3v} \quad y \quad Q_r = 0.6 D$$

ya que se suponen dos estaciones anuales (invierno y verano).

Podemos admitir que los costos de operación-mantenimiento y reparación (M.O.R.) son de expresiones semejantes a los expresados para las funciones de capital. No obstante, la valoración de sus costos actualizados dependerá de una tasa anual respecto a los costos de capital que variará según el aprovechamiento (riego, aguas residuales, energía, etc.). La actualización sería

$$\lambda C \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

donde λ es la tasa anteriormente mencionada, r la tasa de interés o de actualización, n el número de años y C el capital. Veamos ahora las restricciones.

Como hemos supuesto un modelo de dos estaciones anuales podemos llamarlas invierno y verano. Es válido, en este esquema, dar una simple regla de operación del embalse; que se llena en invierno y está disponible en esa condición al iniciarse el verano.

Por lo tanto, podemos expresar que:

$$Q_{1v} + V - Q_{4v} - Q_{2v} - Q_{3v} \geq 0 \quad (\text{III-1})$$

$$Q_{1i} - V - Q_{4i} - Q_{3i} \geq 0 \quad (\text{III-2})$$

(se supone que en invierno no se necesita riego, o sea que $Q_{2i} = 0$).

Además, sabemos que:

$$q_R A = Q_{2v} \quad (\text{III-3})$$

$$Q_{4v} + Q_{5v} = 0.6 D \quad (\text{III-4})$$

$$Q_{4i} + Q_{5i} = 0.4 D \quad (\text{III-5})$$

Por último, por razones topográficas o similares:

$$V \leq N \quad (\text{III-6})$$

donde N es máxima capacidad. Entonces, el problema es hallar el máximo de la función:

$$\mu = \sum_{i=1}^{25} \frac{p_R q_R A}{(1+r)^i} - k_R A - \sum_{i=1}^{25} \frac{k'_R A}{(1+r)^i} - a V +$$

$$- mQ_{4v} - nQ_{5v} - \lambda_1 + \lambda_2 Q_{3v}$$

sujeta a las restricciones III-1, III-2, III-3, III-4, III-5, III-6. Se ha asumido que en los valores de los coeficientes están incluidos los correspondientes a los costos M.O.R. Por tanto, se tiene un problema que constituye un planteo clásico de programación lineal.

LA LINEARIZACION DE FUNCIONES DE COSTO

Frecuentemente, las funciones de costo (o quizás algunas restricciones) no son lineales respecto a las variables del sistema. Para que nuestro problema pueda ser resuelto mediante las técnicas de la programación lineal, esas funciones deben ser expresadas en forma lineal. Un método para hacerlo es sustituir por cuerdas a la curva no lineal, introduciendo nuevas variables al sistema.

En el rango de valores de X que interesa, se toman intervalos expresados por valores 1, 2, 3, 4 ya que los valores de F(X) se calculan en cada punto. Aronofski [II-A] ha propuesto el siguiente método para aproximar F(X) por un conjunto de cuerdas (figura III-2).

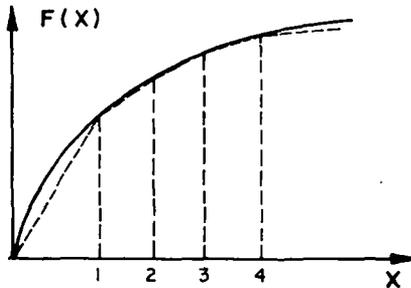


Figura III-2

Cualquier valor de X puede ponerse como

$$X = 0 \alpha_0 + 1 \alpha_1 + 2 \alpha_2 + 3 \alpha_3 + 4 \alpha_4$$

en el intervalo 0 - 4. En esa expresión todo

$$\alpha_i \geq 0$$

y

$$\sum \alpha_i = 1$$

Hay un número infinito de α_i que satisfacen a X con las condiciones expresadas. Pero las condiciones de la figura III-2 solo son obtenidas si dos α adyacentes son positivas y no hay otra α mayor que cero para cada valor de X .

Por ejemplo para

$$X = 2.5$$

resulta

$$2.5 = 2\alpha_2 + 3\alpha_3$$

$$\alpha_2 + \alpha_3 = 1$$

o sea

$$2.5 = 2(1 - \alpha_3) + 3\alpha_3 = 2 + \alpha_3 \quad \therefore \alpha_2 = 0.5$$

$$\alpha_3 = 0.5$$

Veamos cómo esa expresión de X a su vez puede usarse para expresar linealmente $F(X)$ en función de las nuevas variables α_i (en forma aproximada).

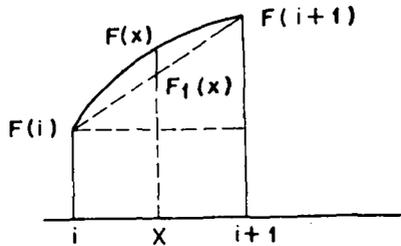


Figura III-3

El valor aproximado $F_j(X)$ de la función $F(X)$, de acuerdo a la figura III-3 responde a la relación:

$$\frac{F(i+1) - F(i)}{i+1 - i} = \frac{F_1(X) - F(i)}{X - i}$$

Por tanto, sustituyendo las expresiones

$$X = i\alpha_i + (i+1)\alpha_{i+1}$$

$$\alpha_i + \alpha_{i+1} = 1$$

en la relación anterior resulta:

$$F_1(X) = \alpha_i F(i) + \alpha_{i+1} F(i+1)$$

o sea que en general:

$$F(X) \cong \alpha_0 F(0) + \alpha_1 F(1) + \alpha_2 F(2) + \alpha_3 F(3) + \alpha_4 F(4)$$

Entonces, se ha sustituido a $F(X)$ por una expresión lineal en las nuevas variables α_i .

Como se ve, la aproximación puede llevarse a un grado cualquiera aumentando el número de variables α . Tampoco es necesario que las cuerdas sean igualmente espaciadas, como es fácil demostrar. El problema, sin embargo, es que, no obstante tener aparentemente un esquema de programación lineal, en realidad las restricciones de que no haya más de dos α positivas en cada conjunto y que deban ser adyacentes, no aparecerán en la resolución y por tanto pudieran no cumplirse. La única forma de resolver es entonces por tanteos, si las condiciones indicadas no se cumplen. En todo lo anterior se ha supuesto que los costos están en función de una sola variable y se llaman separables. Si no lo son, el procedimiento puede aún aplicarse pero se complica considerablemente. Así, en lugar de una curva tendremos una superficie y la utilidad del método decrece por el número necesario de variables auxiliares a introducir.

MODELOS DE VARIAS ESTACIONES

La principal diferencia en estos casos deriva del hecho que la simple regla de operación asumida en el caso de dos estaciones anuales ya no es más válida. Para cada período t_i el contenido del embalse (en nuestro caso de la figura III-1) será una variable. Podríamos entonces expresar nuestras restricciones así:

$$Q_{1,t_i} + V_{t_i} - Q_{2,t_i} - Q_{4,t_i} - Q_{3,t_i} \geq 0$$

Otro conjunto de restricciones provendrá del hecho que el contenido del embalse al comienzo de cada período no puede exceder lo que quede del período previo, o sea:

$$V_{t_i} \leq V_{t_{i-1}} + Q_{1,t_{i-1}} - Q_{2,t_{i-1}} - Q_{4,t_{i-1}} - Q_{3,t_{i-1}}$$

Además, en ningún período se puede exceder la capacidad máxima del embalse, o sea:

$$V_{t_i} + Q_{1,t_i} - Q_{2,t_i} - Q_{4,t_i} - Q_{3,t_i} \leq N$$

Por otra parte, algunas restricciones relativas a los caudales de verano en el modelo de dos estaciones pueden tener que multiplicarse en el modelo de varias estaciones. Tal sería, probablemente, el caso en la restricción relativa al tratamiento de aguas. En las condiciones de cada período podría establecerse el valor Q_{3,t_i} que correspondería a un tratamiento (costo) C_{T_i} .

Pero, como para el mismo valor Q_3 podría haber distintos valores de L_r (ya que varía la demanda de la población) en realidad habría un número de expresiones de C_{T_i} en las variables Q_{3,t_i} correspondientes. En otros problemas, restricciones debidas a producción mínima de electricidad por período, a distintos requerimientos de riego o de industrias, por período, etc., añaden un conjunto de nuevas condiciones e incrementan la complejidad del análisis.

En ciertos casos, la aplicación del principio de descomposición de Danzig y Wolfe [III-A] con su reducción a problemas más simples es la única posibilidad compatible con la capacidad de computación disponible.

INCORPORACION DE LAS VARIABLES DE CALIDAD DE AGUAS

Según se ha visto en el ejemplo presentado anteriormente, el déficit D de oxígeno disuelto en el agua, que fue la variable elegida, dependía del caudal de agua en el curso receptor que llamábamos Q_R . Ello sucedía porque se elegía un tratamiento de aguas residuales determinado, o sea, se conocía la carga L_R . Determinado el tratamiento, queda fijado el costo del mismo, o sea C_T , y por tanto

$$C_T = F(Q_R)$$

ya que el déficit D mínimo se elige de acuerdo a los valores a preservar en el curso de agua. Dicho de otro modo:

$$D = f(Q_R, L_R),$$

o sea

$$L_R = \phi(D, Q_R)$$

y si se fija D , entonces:

$$L_R = \phi(D_f, Q_R).$$

Como

$$C_T = \delta(L_R)$$

de allí sale

$$C_T = F(Q_R)$$

Quedaría así introducido un aspecto de calidad de aguas en la función de costos y beneficios (o función objetivo) y además relacionado con una variable hídrica cuantitativa como Q_R .

Es indudable, sin embargo, que el ejemplo que se ha expuesto es simplificado en extremo. Generalmente, aun en trechos cortos de un curso de agua existen varias cargas polucionantes, embalses, extracciones de agua para diversos fines, aportes o fugas de agua subterránea, etc.

Si consideramos aun el oxígeno disuelto, el CEPIS ha desarrollado un programa $[V-A]$ que puede analizar ese parámetro en un sistema fluvial complejo. Ese análisis permite proveer una combinación óptima de incrementos de flujos

mínimos y del tratamiento de residuos líquidos para satisfacer requisitos mínimos de oxígeno disuelto que se impongan a lo largo del curso de agua.

Este modelo de simulación está diseñado para manejar un sistema fluvial con un río principal y tributarios (primarios y secundarios) hasta con 99 tramos definidos.

El modelo evalúa, tramo por tramo, el OD, el déficit D y la DBO para los puntos críticos. Si el OD crítico de un tramo es más bajo que la concentración mínima admisible, el modelo calcula la cantidad de agua de dilución que se requiere para elevar la concentración de OD al mínimo permisible, siendo necesario que los embalses de aguas arriba provean esa cantidad. Si no se dispone de una cantidad y calidad suficientes de agua de dilución sería necesario proveer tratamiento adicional. Ya que los aumentos de flujo resultan generalmente en mayor profundidad y velocidad del agua en los tramos anteriores, el programa debe calcular otra vez, en cada intento, valores como k_2 y t en cada tramo y a veces proceder iterativamente.

Lo importante es que se obtiene una respuesta, tramo por tramo, para cada configuración de tratamientos. Más aún, se conoce el caudal mínimo del curso de agua, tramo por tramo, necesario para satisfacer los requerimientos mínimos de oxígeno disuelto estipulados. Entonces, si el caudal mínimo es mayor que el natural, el caudal adicional debe provenir de los embalses.

En definitiva, para que la condición de calidad sea satisfecha, debemos especificar ecuaciones del tipo

$$Q_{Ri} \geq Z_i$$

donde Z_i son los valores mínimos de caudal de dilución que calcula el programa.

Se ve así que hemos incorporado condiciones de calidad de aguas en forma de inecuaciones cuantitativas al modelo económico. Es fácil ver que, con el mismo procedimiento pero con otros modelos, se puede llegar a incorporar otras restricciones de calidad de aguas.

PLANEAMIENTO DE DESCARGAS EN UNA REGION

Cuando un cierto número de centros urbanos se encuentra en una región, surge la posibilidad de que se construya un sistema de modo que en el mismo haya interceptores y plantas de tratamiento. El problema consiste en saber cuáles plantas deben construirse, con qué capacidad y cuáles son los interceptores y plantas de bombeo que hacen mínimo, en conjunto con las plantas, el costo del sistema.

Lauria [III-B] ha estudiado este problema, así como lo han hecho otros investigadores. Existe indudablemente un gran número de alternativas, número que crece con el número de sitios potenciales de plantas. Con 20 sitios potenciales hay ya más de 1 millón de alternativas. Lauria lo ha encarado como un problema de programación lineal entera. Esto es, el problema es de programación lineal, con el agregado que algunas de las variables de decisión sólo pueden valer 0 o bien 1, con el resto debiendo ser no-negativas.

Si el tratamiento ha sido ya decidido (en el caso de que en algún sitio haya que construir una planta) y, suponiendo que el costo de las plantas sea del tipo indicado en la figura III-4, en la que p_{ij} es el costo por unidad de capacidad y P_{ij} el costo fijo de una planta que se ha propuesto construir en el sitio i en el año j . Es claro que P_{ij} es el costo inicial y p_{ij} el costo marginal que es asumido como constante.

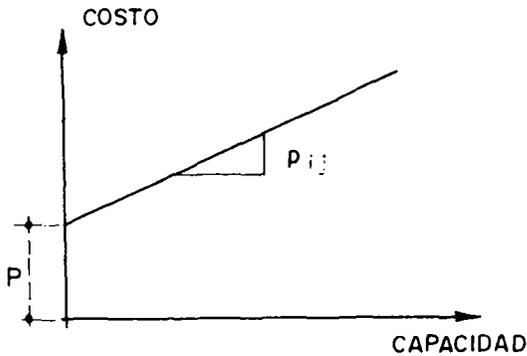


Figura III-4

Si llamamos z_{ij} a una variable de decisión continua y Z_{ij} a una variable que indica si hay que construir o no, entonces:

Si

$$Z_{ij} = 1$$

la planta se construye en i en el año j . Entonces

$$z_{ij} > 0.$$

Si

$$Z_{ij} = 0$$

también

$$z_{ij} = 0.$$

Llamando λ_j al factor de cálculo para hallar el valor presente o actual para el año j , el valor presente de todas las plantas bajo consideración en la región será:

$$\sum_i \sum_j \lambda_j (P_{ij} Z_{ij} + p_{ij} z_{ij})$$

Las funciones de costo para interceptores y estaciones de bombeo serán similares. Por ejemplo, si x_{ij}^k es la capacidad en $m^3/día$ de la línea entre los nudos i y k en el año j ; con el mismo tipo de función de costo de la figura III-4; de la misma manera:

$$\sum_i \sum_k \sum_j \lambda_j (L_{ij}^k x_{ij}^k + l_{ij}^k x_{ij}^k)$$

donde L_{ij}^k y l_{ij}^k son análogos a las anteriores P_{ij} y p_{ij} ; mientras que x_{ij}^k es análoga a la Z_{ij} anterior.

Para los costos de operación, en el caso de plantas se puede poner:

$$\sum_i \sum_t \lambda_t [o_{it} y_{it} + o_{it} d_t y_{it}]$$

donde d_t es la duración del período t ; o_{it} el precio de operación unitario (por m^3) y el valor de la variable y_{it} es el caudal de la planta i en el período t ; el resto es similar a lo anteriormente expresado.

El mantenimiento (y operación) de líneas de bombeo tiene igual expresión así como el de las estaciones de bombeo, con la modificación necesaria de λ . La función objetivo del problema será pues la suma de las funciones de costo anteriores. La solución será aquella que minimice la función objetivo, para lo cual hay que hallar los valores de las variables binarias 0,1 y los valores de las variables continuas.

A todo esto hay que sumar lo que signifiquen las restricciones. Estas condiciones de restricción obedecen a los siguientes aspectos:

1. De continuidad. El flujo de cada nudo debe ser cero, considerando positivo lo que llega y negativo lo que sale o viceversa. O sea:

$$y_{i,t} = q_{it} + \sum_k w_{kt}^i - \sum_k w_{it}^k$$

para todos los i, k .

Allí, los w son los flujos en las líneas que unen los nudos.

- De capacidad de plantas. Ello deriva de que la capacidad existente en cada sitio más la suma de las ampliaciones hasta el año j iguala o es mayor que el caudal máximo a ser tratado en el año $j + 1$, o sea:

$$z_{i0} + \sum_{n=1}^j z_{in} \geq y_{i,j+1}$$

para todos los i, j .

- La capacidad de interceptores y estaciones de bombeo también imponen restricciones similares a las anteriores indicadas para plantas.
- De valores de variables binarias 0,1. Para el caso de plantas de tratamiento

$$z_{ij} \geq k_1 z_{ij}$$

para todos los i, j .

En las ecuaciones anteriores k_1 puede variar de un sitio a otro. Es útil seleccionar k_1 como igual a la recíproca del máximo del escalar de la planta que se construirá. En las ecuaciones últimas se debe notar que si z toma aun el más pequeño valor, Z es forzado a valer 1, mientras que si $z = 0$, Z será cero porque la función objetivo debe minimizarse.

- Restricciones del tipo de las 4 se requieren para cada función de cargos fijos, tales como las L_{ij}^k y similares (interceptores, estaciones de bombeo y costos de operación).
- Quizás otras restricciones puedan ser impuestas por limitaciones del mismo problema. Por ejemplo, sobre tamaño máximo o número de plantas, costos de capital, etc. Ellas deben agregarse al planteo del problema, si existen.

Finalmente, se debe seleccionar la técnica de hallar la solución. La más adecuada parece ser la llamada técnica de ramales. El algoritmo empieza por no considerar las restricciones de las variables binarias, por lo que el problema se convierte en uno de programación lineal. En general, la solución

exhibirá valores fraccionarios de las variables binarias (entre 0 y 1). Eso hace la solución no factible. El problema ahora es conducir cada variable binaria al valor 0 o al valor 1, de tal forma que la función objetivo sea minimizada.

Se empieza por dos nuevos problemas de programación lineal: uno haciendo una de las variables binarias (con valor no integral) igual a cero; el otro haciendo esa variable igual a uno. En cada problema, algunas de las variables binarias resultarán con valor no integral. Usualmente, se elige el nudo con el mejor valor de la función objetivo y se selecciona ahí la segunda variable binaria para repetir lo anterior. La restricción de la primera es retenida y se forman así dos nuevos problemas de programación lineal.

Así, sucesivamente, se sigue hasta que se obtiene una solución en la cual todas las variables tienen valores integrales o enteros. Puede demostrarse que estos pasos garantizan invariablemente la optimalidad.

PARRAFOS FINALES

No se ha pretendido que el lector tenga en sus manos la totalidad de las herramientas que ahora están disponibles ya que ello está fuera del objetivo de este libro.

Lo que se pretende indicar es que esta clase de análisis económico de soluciones a menudo puede realizarse con algoritmos relativamente simples como la programación lineal o algunas no-lineales sencillas.

Las referencias bibliográficas de los capítulos II y III contienen abundantes sugerencias para ampliar los temas mencionados.

IV

CONCEPTOS Y ECUACIONES FUNDAMENTALES

FINALIDAD DE MODELOS DE CALIDAD DE AGUAS

Es sabido que usualmente se expresan concentraciones de parámetros de calidad de aguas en unidades que convencionalmente se han adoptado. Así por ejemplo las bacterias coliformes se expresan en NMP/100 ml (número más probable en 100 ml de agua); los iones en g/m^3 , mg/l o ppm (partes por millón) esto último con ciertas reservas; el fitoplancton en microgramos de clorofila "a"/l y otros similares. Si un cuerpo de agua recibe en cierto punto y en determinado tiempo un aporte líquido con concentraciones de determinados parámetros, por múltiples razones existe interés en conocer cómo se afectan por ese aporte las concentraciones primitivas de cada parámetro.

Los modelos de calidad de agua tienen por finalidad determinar las nuevas concentraciones del cuerpo de agua en cada punto y a lo largo del lapso de interés cuando las condiciones de modificación y el estado primitivo son conocidos.

La figura IV-1 precisa este concepto, suponiendo un punto cualquiera. Se busca el valor de ΔC para un incremento Δt siendo t el tiempo y C la concentración. Como se verá Δt puede ser cualquiera, desde un segundo a un año.

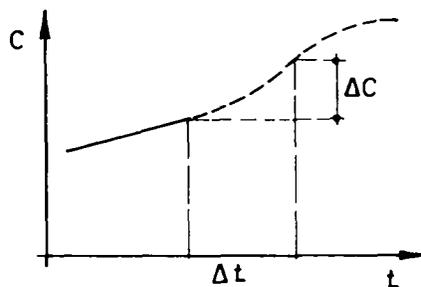


Figura IV-1

Existen ciertas influencias de grado mayor que permiten la elección de caminos tendientes a categorizar el tipo de modelos a emplear.

En primer lugar debemos fijar la atención en las escalas de tiempo y espacio que rigen cada problema. En grandes cuerpos de agua, como por ejemplo el lago Titicaca, es de esperar que las respuestas de cambios significativos puedan tomar meses o aun años. Un estuario como el del río Guayas quizás tenga período de semanas. En ríos como el Cauca o el Iguazú, los lapsos significativos pueden reducirse a días. Sin embargo, si nuestra preocupación no es el cuerpo de agua en conjunto (otra escala espacial) los períodos se reducen como podría ser el caso si queremos estudiar los efectos locales de una descarga submarina en las playas adyacentes.

Es casi superfluo llamar la atención del lector en la influencia de las condiciones geomorfológicas, hidrológicas e hidrodinámicas. Más adelante quedarán clarificadas las diferencias en los tipos de modelos a aplicar en estuarios y ríos, por ejemplo, o en ciertos casos de lagos y aun océanos. Aun en un cuerpo de agua geomorfológicamente definido es menester considerar usualmente diferencias en respuestas de concentraciones cuando varían las condiciones hidrológicas (por ejemplo estacionalmente) o hidrodinámicas (influencia de vientos en océanos, etc.).

En tercer lugar cabe identificar un tercer grupo de factores. Este es el que presta consideración a la influencia de la cinética (o termodinámica) de las transformaciones de los parámetros. Estas transformaciones pueden ser físicas, químicas o biológicas y la magnitud del cambio respecto al tiempo puede también encuadrar el tipo de modelo a emplear. Por último, aunque no lo menos importante a este respecto, efectuar el análisis previo de las cargas de contaminación con respecto a la magnitud de su influencia y al impacto de sus cambios temporales.

Los modelos de calidad de agua son pues mecanismos de predicción específicos para cada caso. El análisis de las influencias que se han mencionado así como un conocimiento cabal de las inevitables simplificaciones que introducen los modelos, permiten predecir lo que pasará a ciertos parámetros en un cuerpo de agua en el espacio y en el tiempo. Y esto cada vez más se constituye en un esencial requerimiento de las sociedades modernas, si se piensa en lo limitado de los recursos hídricos y el legado que legítimamente esperan las futuras generaciones.

ESTRUCTURA GENERAL DE LOS MODELOS

Para que un modelo de calidad de aguas pueda ser aplicado confiablemente para predecir las condiciones de los diversos parámetros en el futuro, tiene que cumplir una condición básica: reproducir aceptablemente las condiciones actuales.

Por esto se quiere decir que si uno o más parámetros están indicados para ser seleccionados como representativos de los cambios de calidad que interesa investigar, es esencial que el modelo elegido calcule los valores de

concentración en el momento actual (o ligeramente anterior) de modo que sean sensiblemente iguales a los que se determinen por pruebas de campo y laboratorio. Esto es lo que se llama calibración de un modelo. Como la calibración se refiere generalmente a un intervalo de tiempo (por ejemplo estacional o con determinadas condiciones hidrometeorológicas) normalmente se valida la calibración y el modelo con otro período estacional o lapso de modo que también se reproduzcan las condiciones actuales.

En la figura IV-2 (también con condiciones en un punto) se aprecian estos conceptos. La concentración se estudia de modo que el modelo reproduzca el valor de campo en A (calibración) con condiciones indicadas por la temperatura T_1 pero que en realidad refleja las variables estacionales. La validación sería la reproducción del punto B para condiciones T_2 .

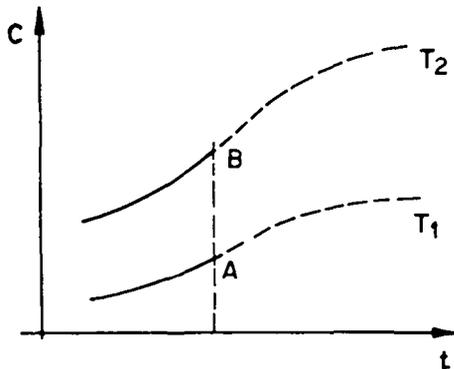


Figura IV-2

Tanto la calibración como la validación reflejan las diversas influencias que inciden en los modelos aplicados. Cambiando ciertos valores de los componentes de los modelos, tanto el calibrado como la validación cambiarán en diversos grados. Esto es el fundamento de las pruebas de sensibilidad de estas operaciones de comprobación. Con ellas es posible apreciar el impacto de cada componente del modelo en el ajuste a las condiciones actuales. Conviene pues ahora indagar algo en los mencionados componentes de la estructura de los modelos. Cuando una carga de contaminante se introduce en un cuerpo de agua, aquél sufre tres acciones fundamentales:

- (a) Dispersión
- (b) Transporte advectivo
- (c) Transformación (reacción o degradación)

Si nosotros hallamos la manera de conocer cómo se producen estos cambios de concentración por esas acciones, en el tiempo y en el espacio, tendremos definido nuestro modelo.

En la figura IV-3 se presenta un aspecto intuitivo del concepto de dispersión. Suponemos que en un compartimiento introducimos agua a una temperatura T_1 (digamos 80°C) y en el otro a temperatura T_2 (por ejemplo 10°C). Si las alturas de agua son iguales, al abrir el orificio O en la pantalla P , no pasará agua por efectos hidrodinámicos pero la temperatura se igualará en ambos compartimientos al cabo de cierto tiempo. Es evidente que la temperatura pasa de uno a otro (mejor dicho el calor) por dispersión, realmente por difusión en este caso. También debemos apreciar que a mayor área de orificio y a mayor gradiente de temperatura $\left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)$, el efecto será más rápido. En consecuencia la dispersión será proporcional a la superficie de contacto y al gradiente de concentración.

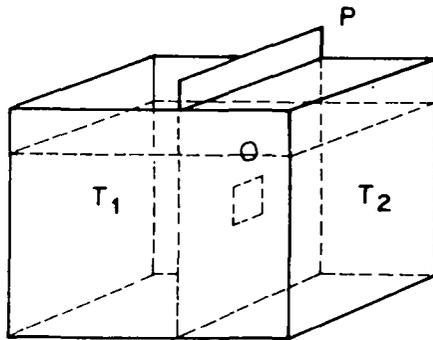


Figura IV-3

La siguiente figura IV-4 trata de introducir el concepto de transporte advectivo. En un curso de agua el segmento 1, con su concentración de contaminante, pasa al segmento adyacente 2 en el intervalo Δt . Es claro que al variar la forma y volumen del segmento varía la concentración, lo cual es una consecuencia del arrastre por advección provocado por el flujo Q del agua en el curso.

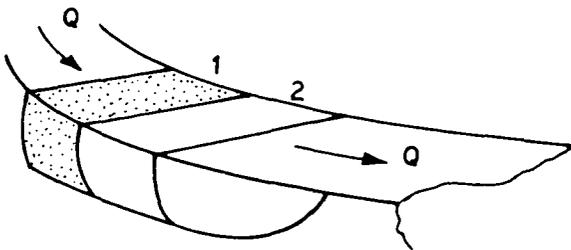


Figura IV-4

La tercera acción es la transformación del contaminante por reacciones físicas, químicas, biológicas o combinación de ellas. Esto se traduce en un incremento positivo o negativo de la concentración que es independiente en sus causas de los anteriores.

Un ejemplo, de los muchos que pudieran ofrecerse, bastará por ahora, aunque más adelante se profundizan estos importantes aspectos. Si se introduce en un río una descarga cloacal con alto contenido de bacterias, y se supone que N_0 es el NMP/100 ml inicial de coliformes en la mezcla, varias influencias harán generalmente decrecer el número de coliformes aguas abajo. Por una parte habrá predadores, además pudiera suceder que el medio diferente en el que se encuentran las bacterias represente mayor dificultad para conseguir el alimento o que éste no sea el más apropiado, que existan tóxicos, que se produzcan sedimentaciones que arrastren bacterias, que exista mayor penetración de luz solar, que varíe la temperatura o la salinidad, etc.

El número N a una distancia de la introducción inicial del desagüe tiene que reflejar esas reducciones. Si $\Delta N = N - N_0$ en general el cambio en una distancia Δx se constata que es proporcional a la concentración en ese punto o sea

$$\frac{\Delta N}{\Delta x} = - K_B N$$

donde K_B es el coeficiente de reacción o de mortalidad. En el límite

$$\frac{dN}{dx} = - K_B N$$

donde el signo menos denota la reducción.

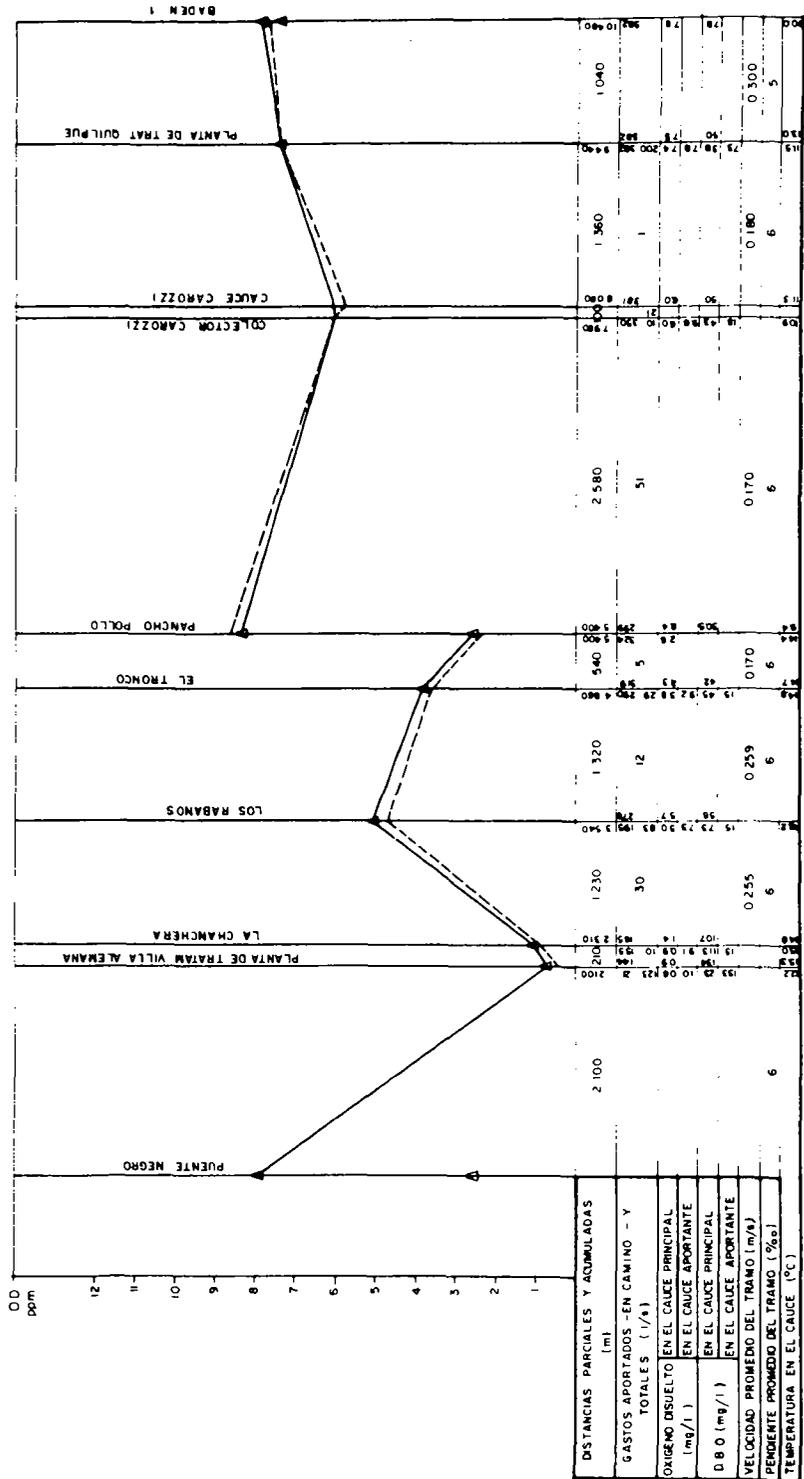
De lo expuesto, pudiéramos indicar desde ya que la estructura de nuestros modelos será una forma más o menos complicada de lo siguiente:

- Cambio de concentración por unidad de tiempo = efectos dispersivos + efectos advectivos + efectos reactivos + insumos

El último término toma en cuenta los cambios en cada elemento de espacio por efecto de la introducción o extracción de cargas del contaminante.

EJEMPLO DE APLICACION DE MODELO SIMOX, AL ESTERO QUILPUE (MARGA - MARGA) CHILE

SE OBSERVA LA CERRADA CONCORDANCIA DE LOS CALCULOS DE COMPUTACION DEL MODELO CON LAS REALES.



TIPOS DE MODELOS

De acuerdo a lo que se ha visto lo que se busca es conocer la concentración de un contaminante en el tiempo y en el espacio o sea determinar:

$$C = C(x,y,z,t)$$

En un número de casos, C es el resultado de acciones o cargas que se reproducen por períodos y que no varían en un lapso mayor. Tal es el caso por ejemplo de un río que reciba cargas de polución que no varían sensiblemente día tras día y que lo que interesa es hallar los niveles de oxígeno disuelto a lo largo del curso. Se puede decir entonces que:

$$C = C(x,y,z)$$

o que el contaminante se distribuye en estado permanente o estable ("steady state").

En estos casos, el primer miembro que se mostró en la estructura general anterior se hace cero. Esto no quiere decir que no transcurra un lapso para que una masa de agua se traslade de un punto a otro sino que los valores en un punto (de la concentración de un parámetro) no varían.

Otra distinción esencial entre modelos depende del tipo de parámetro en cuanto sea este sujeto o no a transformaciones o reacciones. El efecto reactivo es nulo en los contaminantes conservativos, como pueden serlo los cloruros por ejemplo.

En el cuadro IV-1 se pueden ver algunas aplicaciones de modelos dependiendo del tipo de cuerpo de agua en el cual se emplean. No es una categorización absoluta, sino una expresión de ayuda para guiar en la elección [IV-A].

Cuadro IV-1
MODELOS APLICABLES

Parámetro	Cloruros	Bacteria	DBO	OD	Nutrientes	Fitoplancton
Cuerpo de Agua						
Ríos	*	*	*	*	-	-
Estuarios	*	-	*	*	*	-
Lagos	-	-	-	-	*	*
Océanos	-	*	-	-	-	-

Nota: Se expresa con * la aplicación del modelo

DERIVACION DE LA ECUACION BASICA

Con el fin de facilitar la percepción por el lector de las relaciones que conducen a la forma general de la ecuación diferencial que gobierna los fenómenos que estamos tratando, se expondrá aquí la transmisión y transformación longitudinal del contaminante.

En la figura IV-6 se supone un cuerpo de agua que recibe una carga de polución W en el punto $x=0$. El caudal Q es el encargado de transportar advectivamente al contaminante. Si no existiera dispersión el contaminante se trasladaría como un tapón, sometido a una reducción en concentración por el efecto de la reacción, en mayor o menor grado según el coeficiente característico K (similar al que se indicó antes en el caso de bacterias, figura IV-6-b). Pero la dispersión aún altera más la concentración resultante del contaminante.

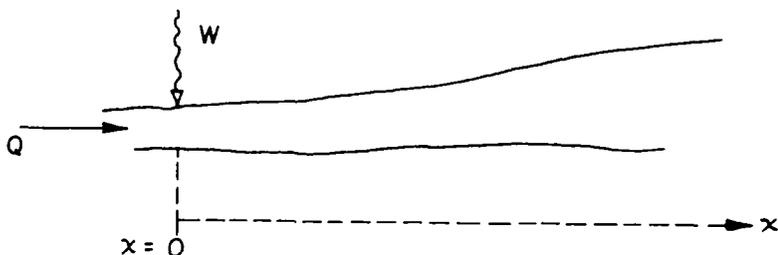


Figura IV-6-a

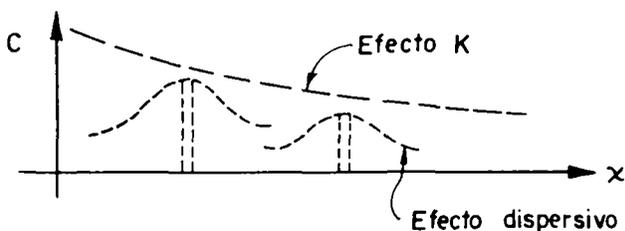


Figura IV-6-b

Ya vimos además que existe dispersión cuando hay un gradiente marcado de concentración. Examinemos un segmento del cuerpo de agua más de cerca ahora (figura IV-7).

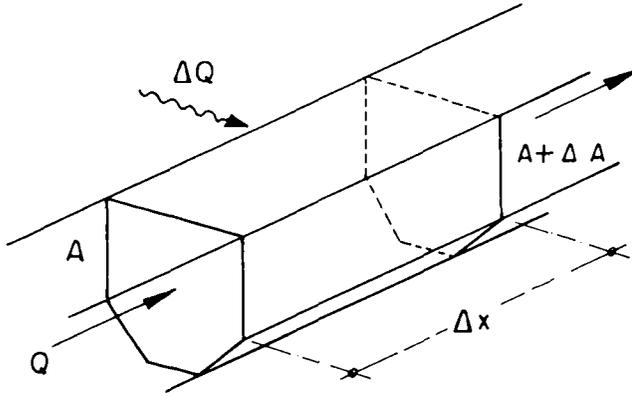


Figura IV-7

Veamos cuánto es el peso o masa en gramos del contaminante que entra en la cara A del segmento en el intervalo de tiempo Δt . Si Q es el caudal (expresado en m^3/s por ejemplo) entonces

$$Q C \Delta t \quad \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{\text{g}}{\text{m}^3} \times \text{s} \right)$$

sería el valor en gramos que buscamos.

Por la cara posterior, este efecto advectivo estaría dado por

$$(Q + \Delta Q)(C + \Delta C) \Delta t$$

que sería la masa del contaminante que sale, si existe un aporte ΔQ en el intervalo Δx .

Ya se ha visto que el efecto dispersivo es proporcional al gradiente de concentración y a la superficie (en este caso A) sobre la cual actúa.

Entonces, si lo que entra al volumen es positivo, el efecto dispersivo será negativo por la naturaleza del gradiente o sea

$$- E \times A \times \frac{\partial C}{\partial x} \times \Delta t$$

en donde se ve que las unidades de E serían $\frac{[L^2]}{[T]}$

La salida, en la cara A + ΔA por efecto dispersivo es entonces:

$$+ (E + \Delta E) (A + \Delta A) \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right) \Delta x \right) \Delta t$$

Por efecto de la reacción o degradación, el contaminante rebaja su masa en una cantidad igual a: $K C V \Delta t$ donde $K = [1/T]$, siendo V el volumen elemental que estamos considerando, $V \approx A \Delta x$. Si sumamos los efectos y le agregamos las cargas que recibe en V el total algebraico será igual a la variación de masa en el volumen V o sea $V \Delta C$.

En consecuencia:

$$\begin{aligned}
 V \Delta C = & \underbrace{Q C \Delta t - (Q + \Delta Q) \left(C + \frac{\partial C}{\partial x} \Delta x \right) \Delta t}_{\text{Advección}} + \\
 & + \underbrace{\left(-EA \frac{\partial C}{\partial x} \Delta t \right) + (E + \Delta E) (A + \Delta A) \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \Delta x \right) \Delta t}_{\text{Dispersión}} + \\
 & + \underbrace{\left(-K C A \Delta x \cdot \Delta t \right)}_{\text{Reacción}} + \Sigma W
 \end{aligned}$$

donde ΣW es la suma de cargas de polución en Δx (en gramos). En general $\Delta E = 0$ en un intervalo pequeño como Δx .

Se ve entonces, desarrollando y eliminando términos iguales, que:

$$V \Delta C = -Q \frac{\partial C}{\partial x} \Delta x \Delta t - \Delta Q \cdot C \cdot \Delta t + EA \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \Delta x \Delta t + E \Delta A \frac{\partial C}{\partial x} \Delta t - K C A \Delta x \Delta t + \Sigma W$$

donde se han despreciado infinitésimos de orden superior.

Dividiendo por $A \Delta x \Delta t$ se obtiene, en el límite:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = - \frac{Q}{A} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{C}{A} + E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E \frac{\partial A}{\partial x} \frac{1}{A} \frac{\partial C}{\partial x} - KC + \Sigma \frac{W}{A \Delta x \Delta t}$$

o sea, reordenando:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \left(\frac{E}{A} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{Q}{A} \right) \frac{\partial C}{\partial x} + \left(- \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - K \right) C + \Sigma W^1 \quad (\text{IV-1})$$

Esta es la ecuación general que gobierna el fenómeno.

Si consideramos que en el intervalo Δx no existe variación del caudal ($\Delta Q = 0$) ni del área transversal (pudiendo también asumirse que no existe aporte de cargas de polución) entonces:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} - KC \quad (\text{IV-2})$$

donde $u = \frac{Q}{A}$ es la velocidad del agua.

La ecuación IV-2 es de capital importancia en la comprensión de la distribución de un contaminante. El término ΣW^1 o bien ΣW es el reflejo de las cargas o extracciones (fuentes o sumideros) de contaminantes en el sistema. Esto puede ser debido a causas naturales como consecuencia de diferencias en terrenos, geología, vegetación y otras, o bien de modificaciones introducidas por el hombre como almacenamientos, consumos, descargas, tratamientos y similares.

Como se ve en la ecuación IV-2, el término $E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ representa la influencia de la dispersión; $u \frac{\partial C}{\partial x}$ la del transporte advectivo y KC la de la reacción (supuesta de primer orden).

CINETICA DE REACCIONES

La noción básica en el análisis de reacciones es la velocidad o tasa * a la cual la reacción se desarrolla. Más precisamente es la tasa de cambio respecto al tiempo de la concentración del reactante considerado. Entonces:

$$R = \frac{dC}{dt} \quad (\text{IV-3})$$

Como C puede crecer o disminuir, R puede ser positivo o negativo. De lo anterior se ve que estamos considerando aisladamente este cambio por reacción, sin que sea afectado idealmente por la advección o la dispersión.

La tasa puede variar entre cero o valores enormes. En el primer caso tendríamos las llamadas sustancias conservativas (a todos los efectos prácticos) como ciertos iones o compuestos (cloruros, algunos pesticidas, etc.). En general,

$$R = R(C)$$

En muchos casos se puede poner $R = -K_n C^n$ como lo indica el profesor O'Connor en [IV-A]. Entonces se dice que la reacción es de orden n.

Para $n = 1$ y con la concentración decreciendo resulta

$$\frac{dC}{dt} = -K_1 C \quad (\text{IV-4})$$

cuya integración produce

$$C = C_0 e^{-K_1 t}$$

y por tanto:

$$K_1 = \frac{1}{t} \log_e \frac{C_0}{C(t)} \quad (\text{IV-5})$$

*En ciertos países se emplea el anglicismo "rata".

La llamada "media-vida" de un compuesto degradable es el tiempo en alcanzar una concentración mitad de la inicial. Entonces, si T_m es dicho período resulta de la ecuación IV-5.

$$T_m = \frac{1}{K_1} \log_e \frac{C_0}{(1/2)C} = \frac{1}{K_1} \log_e 2$$

Por tanto:

$$T_m = \frac{1}{K_1} \times 0.693$$

Es fácil ver que después de veinte "medias vidas" la concentración es una millonésima de la inicial.

Reacciones biológicas

Una de las clásicas determinaciones es la demanda bioquímica de oxígeno. El proceso de oxidación biológico es llevado a cabo en dos etapas: carbonosa y nitrogenada. En la primera actúan organismos saprofiticos o sea los que descomponen materia orgánica y la segunda es cumplida por bacterias autotróficas las que requieren compuestos o radicales simples e inorgánicos. En cada etapa hay dos procesos: la síntesis de materia orgánica en células bacterianas y la respiración endógena de las células formadas.

Como es natural, debe existir el alimento apropiado, en el lugar debido, con los organismos adaptados a él y con los nutrientes que son necesarios.

En la etapa carbonosa, si L_0 es la demanda total de esta parte y se asume que la tasa de cambio de oxígeno es proporcional a la cantidad de material de demanda de oxígeno que queda, resulta:

$$\frac{dy}{dt} = K_1 (L_0 - y) \quad \therefore \quad y = L_0 (1 - e^{-K_1 t})$$

o lo que es lo mismo, si en vez de oxígeno lo ponemos en función de la materia orgánica remanente:

$$L = L_0 e^{-K_1 t}$$

El coeficiente K_1 depende del estado del material y del grado de tratamiento. Algunos valores se pueden observar en el cuadro siguiente.

Cuadro IV-2
VALORES DEL COEFICIENTE K_1

Afluente doméstico	0.35 - 0.45
Efluente tratamiento primario	0.45 - 0.55
Efluente tratamiento secundario	0.2 - 0.3
Efluente tratamiento terciario	0.1 - 0.2

El valor de K_1 depende de la temperatura, y como puede mostrarse en casos simples de gases por consideraciones termodinámicas (extendidas naturalmente a reacciones biológicas equivalentes a constantes de equilibrio) resulta:

$$K_T = K_{20} \theta^{T - 20} \quad (\text{IV-6})$$

donde K_{20} es el valor de K a 20°C , con θ variando entre 1.03 y 1.05. El valor de K generalmente decrece si la dilución aumenta y con la progresiva resistencia a la oxidación aeróbica.

En la etapa nitrogenada se convierte materia nitrogenada orgánica sucesivamente en amonio, nitritos y nitratos por acción de bacterias. La acción de conversión a amonio se hace sin utilización de oxígeno; de amonio a nitritos por nitrosomonas y nitrosococos y la de nitritos a nitratos por nitrobacter. Si C es la concentración de amonio, la acción puede ser descrita por

$$\frac{dC}{dt} = -KC(N - C)$$

donde N es la concentración inicial. Por integración esto da

$$C = \frac{N}{1 + e^{-KN(\tau - t)}}$$

siendo τ el tiempo para que la reacción se complete hasta la mitad. Para que proceda la reacción sucesivamente hasta nitratos se requiere que el oxígeno supere 1 ppm y un pH mayor a 1.5 así como temperatura mayor que 12°.

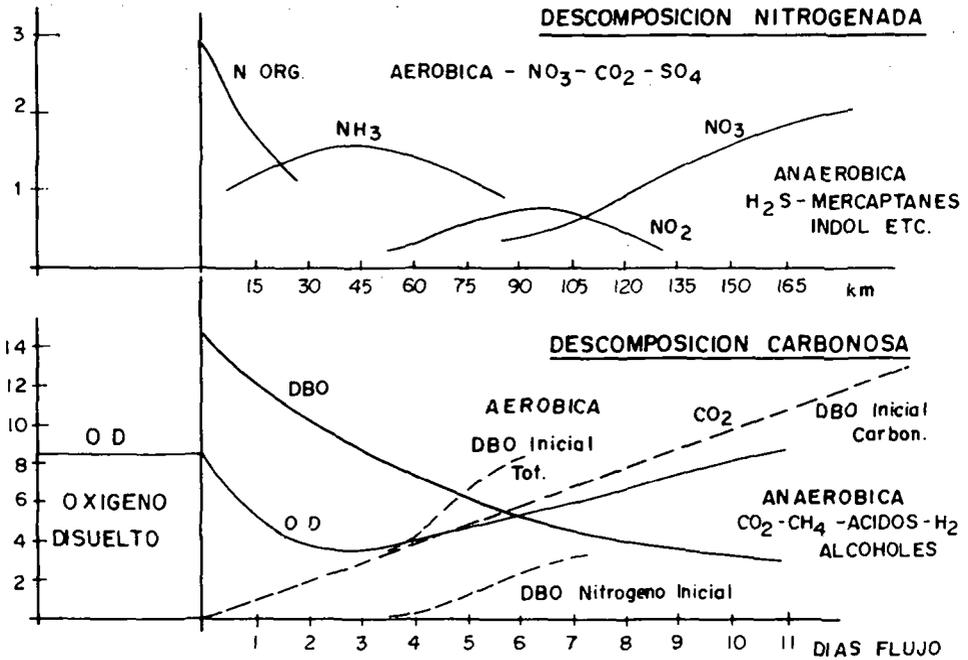


Figura IV-8

Como lo muestra la figura IV-8 (modificada de [IV-B]) el oxígeno disuelto es el resultado de las acciones combinadas de reducción de materia carbonosa y nitrogenada. De hecho, según el carácter de la materia orgánica disponible, la demanda de oxígeno por causa de oxidación nitrogenada aparece en períodos variables. En el caso de descargas no tratadas quizás tarde tanto como 15 días en superponerse a la carbonosa. En otros casos, como en diluciones aeróbicas, mientras que por debajo de esa capa hay descomposición anaeróbica. Durante el proceso se consolida el lodo y el líquido intersticial

Los depósitos de lodo que provocan demanda de oxígeno por descomposición béntica de sedimentos generalmente conducen a la estabilización de sólidos volátiles. En el centímetro superior de lodo existen normalmente condiciones aeróbicas, mientras que por debajo de esa capa hay descomposición anaeróbica. Durante el proceso se consolida el lodo y el líquido intersticial

se desplaza hacia la capa superior. Si la descomposición anaeróbica alcanzó la tercera etapa se producen gases como metano e hidrógeno que escapan sin requerir oxígeno del agua sobrenadante. Pero si está en las primeras etapas, se desprenden elementos que ejercen demanda. Algunas investigaciones han concluido [IV-C] que existe una altura crítica entre 8 y 10 cm, por encima de la cual la tasa de demanda de oxígeno es independiente de la profundidad del lodo. Por tanto las medidas hechas en laboratorio deberían basarse en muestras con esa profundidad de extracción como mínimo.

La investigación citada [IV-C] sugiere que la demanda de oxígeno de depósitos bentales puede calcularse por la fórmula empírica (con OD en ppm)

$$D_B = A (1 - e^{-1.22 OD}) \text{ g/m}^2/\text{día}$$

siendo A un valor constante que depende de la naturaleza del depósito. El oxígeno disuelto no tiene mayor acción en D_B a partir de un valor de 2 ppm = OD. Además, los depósitos bentales incorporan DBO al líquido sobrenadante a una razón o tasa 20% de D_B . Esto se incrementa a OD bajos, lo cual también ocurre para nutrientes (OD \leq 1.5 ppm).

Los valores de A van normalmente de 0.5 a 9.

En la tabla siguiente se ha tratado de tabular valores dados por Thomann [I-A], [IV-C] y otros. En el capítulo X se presenta una prueba de laboratorio para determinar la demanda bental de lodos.

Cuadro IV-3
VALORES DE DEMANDA BENTAL

Tipo de fondo	Localización	Profundidad cm	(A) Rango de valores g/m ² /día
Lodo de desagüe municipal	cercano	0.1	0.1 - 0.4
Lodo de desagüe municipal	lejano	4	2 - 3
Lodo de desagüe municipal	lejano	0.1	0.1 - 0.2
Lodo de desagüe municipal	cercano	4	4 - 6
Lodo con arena	lejano	2.5	4 - 5
Lodo con arena	lejano	7.5	7 - 8
Barro natural en río	-	2	3 - 4
Barro natural en río	-	25	5 - 7
Lodo celulósico	cercano	-	6 - 8
Estudio río Potomac	-	promedio	2.4
Estudio río Potomac	-	máximo	8.5
Fondos arenosos	-	10	0.4 - 0.8

Nota: Para calcular la carga/m de río, por ejemplo, hay que dividir por la profundidad.

En lo referente a valores K para bacterias, representando tasas de mortalidad la ecuación sería similar a la IV-5. Debe diferenciarse entre coliformes totales (CT), coliformes fecales (CF) y estreptococos fecales (EF).

Para polución de fuerte influencia de contaminación de origen humano, la razón CF/EF es normalmente mayor a 4. Pero si CF/EF es menor que 0.7 ello indica contaminación de origen animal.

En unas experiencias realizadas en Detroit y Cincinnati, Thomann y O'Connor [IV-A] indican los siguientes valores:

Cuadro IV-4
VALORES DE CONCENTRACIONES BACTERIANAS
(Número de bacterias/100 ml)

	C.T.	C.F.	E.F.	CF/EF
Vertedero sistema combinado	9.4×10^6	2.7×10^6	0.56×10^6	4.7
Desagte urbano	58000	10900	20500	0.5

Generalmente se produce un incremento poco después de la descarga y luego una mortalidad acentuada como lo indica la figura IV-9. El valor de K para el incremento alcanza normalmente a 2/día.

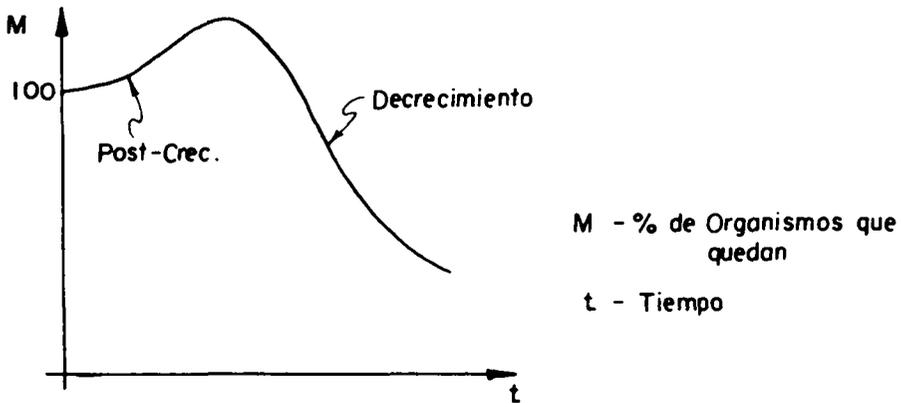


Figura IV-9

El valor de K_B en la ecuación IV-5 es en promedio 1.5 en agua dulce y 2.5 en agua salada, pero el rango puede ser amplio (expresado en día^{-1}).

Generalmente se determina el T_{90} o sea el tiempo para producir una mortalidad del 90%. Se ve que, aplicando la ecuación IV-5

$$K_B = \frac{1}{T_{90}} \log_e \frac{C_0}{C(t)}$$

donde $C(t)$ sería $C(T_{90})$. Como

$$\frac{C_0}{C(T_{90})} = 10$$

resulta

$$K_B = \frac{2.3}{T_{90}} \quad (\text{IV-7})$$

Es fácil ver que para

$$T_{90} = 0.5 \text{ días} \quad K_B \cong 4.5 \text{ día}^{-1}$$

y para

$$T_{90} = 10 \text{ días} \quad K_B \cong 0.25 \text{ día}^{-1}$$

Muy importante a este respecto es que los valores a usar dependen del modelo empleado. Así, para un modelo de estado permanente debiera ser K_B un promedio diario incluyendo día y noche.

La intensidad de luz solar tiene un efecto marcado en los valores de K_B .

La luz varía marcadamente con el período y con la profundidad, de acuerdo a lo mostrado en la figura IV-10.

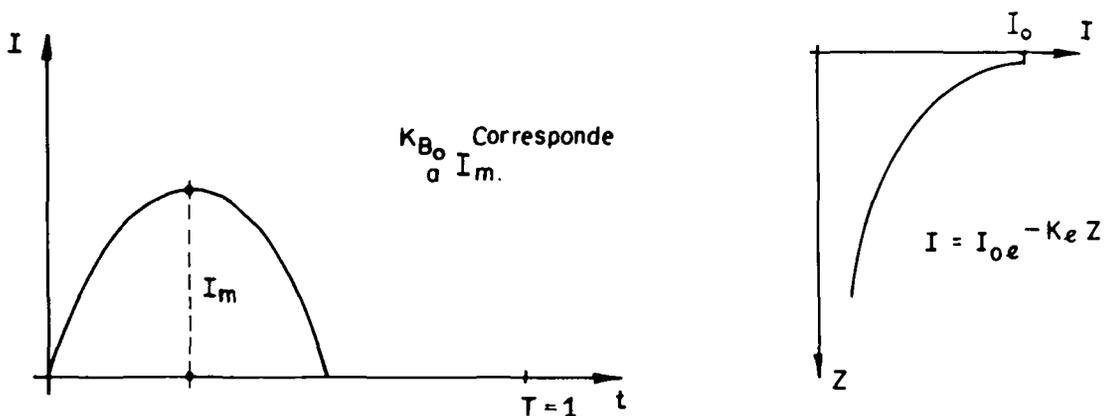


Figura IV-10

El coeficiente de extinción K_e puede ser aproximado por la siguiente fórmula:

$$K_e = \frac{1.7}{\text{Profundidad Disco Secchi (m)}}$$

donde K_e es el valor en (m^{-1}).

El valor de K_B promedio resulta de integrar la expresión:

$$\bar{K}_B = \frac{1}{H} \int_0^H \frac{1}{T} \int_0^{T/2} K_{B_0} \text{ sen } wte^{-K_e H} dt dz$$

o sea:

$$\bar{K}_B = \frac{K_{B_0}}{\pi K_e H} \left(1 - e^{-K_e H} \right)$$

Se ve que para valores tan altos para K_{B0} como 18 día^{-1} (que corresponde a $T_{90} \approx 3$ horas) resulta con $H = 10\text{m}$ y $K_e = 1$ un valor de $K_B = 0.57 \text{ día}^{-1}$ y para $K_{B0} = 80$ (o sea $T_{90} = 0.7$ horas) resulta $K_B = 2.5 \text{ día}^{-1}$.

Además debe tenerse presente que $K_{BT} = K_b \cdot 10^{T-20}$ donde T es temperatura en °C y $0 \approx 1.07$ K_b es la reacción de base o nocturna, cuyo valor varía desde 0.88 a salinidad cero hasta 1.84 a 30‰ (con 1.35 a 20‰). La expresión final es pues

$$K_B = K_b (1.07)^{T-20} + \frac{K_{B0}}{K_e H} (1 - e^{-K_e H})$$

En el programa de la bahía de Guanabara se determinó además de K_e en diferentes puntos, los valores de K_B a diferentes profundidades, mediante la inmersión de frascos. Previamente se halló el valor inicial de concentración de bacterias. El K_{B0} sería entonces el valor en la superficie cuando $I = I_m$.

Expresiones de Monod-Michaelis

Cuando la variación de concentración no depende sólo de la concentración sino también del alimento o substrato disponible, una ecuación desarrollada por Monod y Michaelis expresa:

$$\frac{1}{C_m} \frac{dC_m}{dt} = \frac{k C_s}{K + C_s}$$

donde C_m puede tomarse, por ejemplo, como la concentración de microorganismos y C_s la del substrato. Cuando C_s es muy alto, se ve que tiende a ser independiente de C_s .

Si el substrato se vuelve, eventualmente, microorganismos solamente, la masa total de substrato y microbios es constante

$$C_{\text{Tot}} = C_m(t) + C_s(t)$$

Por tanto las ecuaciones de Monod son:

$$\frac{dC_m}{dt} = \frac{k C_s C_m}{K + C_s}$$

$$\frac{dC_s}{dt} = - \frac{k C_s C_m}{K + C_s}$$

y entonces

$$kt = \frac{K}{C_{Tot}} \log \frac{[C_{Tot} - C_s(t)] C_{so}}{[C_{Tot} - C_{so}] C_s(t)} + \log \frac{C_{Tot} - C_s(t)}{C_{Tot} - C_{so}}$$

Esto puede aplicarse al estudio de constantes o tasas de reacción en crecimiento de fitoplancton.

En primer lugar, la intensidad de la luz disponible tiene un importante rol. Se asume que I_a es el promedio de la intensidad de la radiación solar en el período del día donde hay luz (ver figura IV-10) que llamamos f . Entonces

$$I_0(t) = I_a \quad \text{para } 0 < t < f$$

$$I_0(t) = 0 \quad \text{para } f < t < l$$

La reducción en tasa de crecimiento debida a que las condiciones de luz no son óptimas responden según Steele y Ryther [IV-D] a la expresión

$$\frac{I}{I_s} e^{\left(-\frac{I}{I_s} + 1\right)}$$

Además, existe una reducción por efecto del coeficiente de extinción (ver figura IV-10) que es

$$I = I_0 e^{-K_e z}$$

Sustituyendo e integrando en la profundidad H y el tiempo T resulta que la tasa es:

$$\frac{1}{H} \int_0^H \frac{1}{T} \int_0^f \frac{I_a e^{-K_e z}}{I_s} e + \left(\frac{-I_a e^{-K_e z}}{I_s} + 1 \right) dt dz$$

Para simplificar se pone

$$\alpha_1 = \frac{I_a}{I_s} e^{-K_e H} = \alpha_0 e^{-K_e H} \quad (\text{IV-8})$$

Si ahora superponemos los efectos de una constante de Michaelis, para ver la acción de la concentración de nutrientes en la tasa de crecimiento debemos, en primera aproximación, multiplicar por ese efecto los valores hallados.

Asumiendo que en condiciones óptimas de luz y de nutrientes la tasa máxima tiene la expresión

$$K_0 \Theta^T$$

donde K_0 tiene valores aproximados a 0.6 día^{-1} y T en $^{\circ}\text{C}$, resulta como expresión de la tasa de crecimiento

$$K_F = K_0 \Theta^T \left(\frac{2.718 f}{K_e H} (e^{-\alpha_1} - e^{-\alpha_0}) \right) \frac{N}{K_m + N} \quad (\text{IV-9})$$

donde N es la concentración del nutriente crítico y K_m la constante de Michaelis correspondiente.

Los valores de Θ están entre 1.06 y 1.07; I_s en langley/día entre 300 y 400.

Algunos valores de la constante K_m son los siguientes:

Cuadro IV-5

CONSTANTES DE MICHAELIS K_m
(ver referencia [IV-E])

Lago oligotrófico	3 (para NO_3) - $\frac{\mu\text{g N}}{1}$
Lago oligotrófico	5 (para NH_3) - $\frac{\mu\text{g N}}{1}$
Lago eutrófico	14 (para NO_3) - $\frac{\mu\text{g N}}{1}$
Lago eutrófico	18 (para NH_3) - $\frac{\mu\text{g N}}{1}$
Diatomeas marinas	25 (para PO_4) - $\frac{\mu\text{g P}}{1}$
Microcistis	10 (para PO_4) - $\frac{\mu\text{g P}}{1}$
Diatomeas litorales	15 (para NO_3) - $\frac{\mu\text{g N}}{1}$
Diatomeas litorales	40 (para NH_3) - $\frac{\mu\text{g N}}{1}$

V

RIOS Y CANALES

En lo que sigue concentraremos nuestra atención en una transmisión longitudinal de contaminación. Por ello se entiende que el flujo es preponderantemente unidimensional. Además, y como diferenciación esencial para este caso, supondremos que el efecto de dispersión es despreciable frente al transporte advectivo y/o la transformación por reacción del contaminante.

De este modo, prácticamente, el contaminante se desplaza como émbolo hacia aguas abajo, aunque sea un émbolo adaptable a los contornos del cauce, no esparciendo su concentración por efectos dispersivos. La ecuación general IV-1 puede entonces escribirse:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \left[-\frac{Q}{A} \right] \frac{\partial C}{\partial x} + \left[-\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - K \right] C + \Sigma W' \quad (V-1)$$

Nótese que si consideramos el producto QC podemos poner la ecuación V-1 en la forma:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{-1}{A} \frac{\partial QC}{\partial x} - KC + \Sigma W' \quad (V-2)$$

o bien,

$$-\frac{1}{A} \frac{d(QC)}{dx} - KC + \Sigma W' = 0 \quad (V-3)$$

ya que en muchos casos estudiaremos el estado permanente.

Tanto A como Q y los W' pueden ser funciones de x (la distancia) y del tiempo. Los W' pueden aun ser funciones de la concentración C. Debe recordarse que cada W' está expresado en concentración $\left(\frac{g}{m^3}\right)$ por ejemplo) dividido por el tiempo.

En realidad W' puede incorporar contaminante ya sea con o sin aporte de agua. Si es con aporte de agua, en la figura IV-7 se ve que ello obedece a la descarga ΔQ . Si llamamos λ a la concentración de esta descarga, la carga en gramos

$$W = \lambda \Delta Q \Delta t$$

y como

$$W' = \frac{W}{\Delta x \Delta t A}$$

resulta

$$W' = \frac{1}{A} \lambda \frac{\Delta Q}{\Delta x}$$

Si la carga W' proviene de una carga de fondo, por ejemplo, según lo visto en el capítulo anterior, tendríamos:

$$W = \frac{D_B}{H} \Delta t \Delta x A \text{ (g)}$$

ya que D_B está en $\frac{g}{m^2, \text{ día}}$, H en m, Δx en m, A en m^2 , y Δt en días. Entonces,

$$W' = \frac{D_B}{H}$$

Reemplazando estos valores, la V-2 se convierte en:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{1}{A} \frac{\partial Q C}{\partial x} - KC + \frac{1}{A} \left[\lambda \frac{\partial Q}{\partial x} \right] + \left[\frac{D_B}{H} \right] \quad (V-4)$$

Es útil, con el auxilio de las ecuaciones precedentes, analizar los diferentes casos que se presentan usualmente.

CASO DE CONTAMINANTES CONSERVATIVOS

En estado permanente, la ecuación V-3 nos dice que (puesto que $K = 0$):

$$\frac{d(QC)}{dx} = 0 \quad (\text{carga puntual})$$

o sea QC es constante. En muchos casos se debe considerar que el flujo Q es el resultado, en estiaje, del aporte de agua subterránea al flujo base. De acuerdo a lo corrientemente aceptado, podemos asumir que

$$Q = Q_0 e^{qx}$$

y entonces

$$Q_0 C_0 = Q_0 e^{qx} C \quad \therefore C = C_0 e^{-qx}$$

por lo que bastaría conocer el valor de q para obtener la variación de concentración.

El valor de C_0 resulta de las condiciones de borde o iniciales, que se consideran en el punto de la descarga. Si el caudal y la concentración en el río antes de la descarga son Q_r y C_r respectivamente, y las de la descarga Q_d y C_d , entonces

$$C_0 = \frac{Q_r C_r + Q_d C_d}{Q_r + Q_d}$$

Cualquier entrada posterior de un tributario o de otra descarga debe considerarse aplicando el principio de superposición. Al entrar el tributario varía el caudal y por tanto la concentración, esta corrección debe hacerse antes de superponer los efectos. Ver figura V-1.

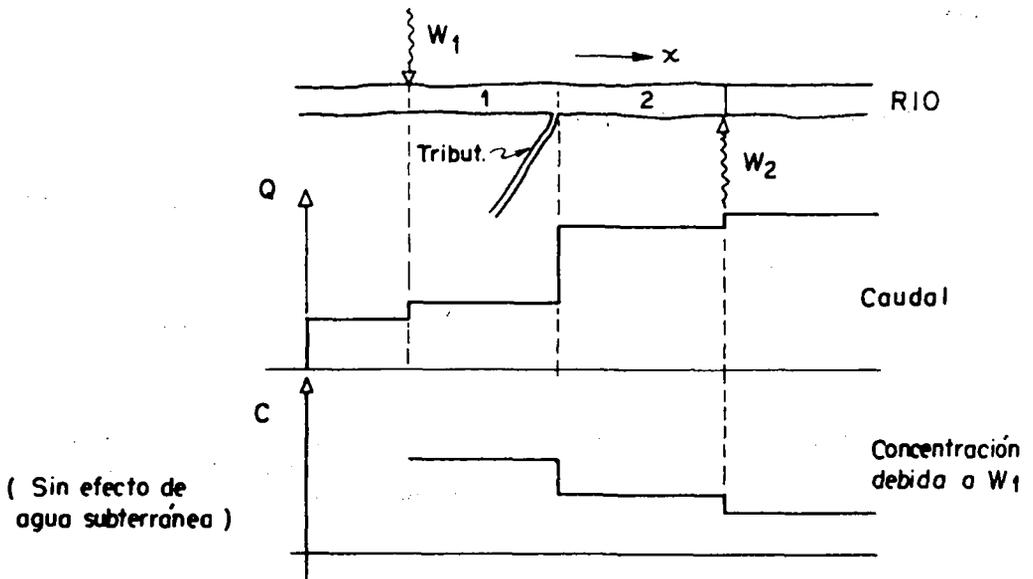


Figura V-1

CASO DE CONTAMINANTES REACTIVOS

En este caso $K \neq 0$ (degradables o no conservativos). Considerada una carga puntual la ecuación es:

$$-\frac{Q}{A} \frac{dC}{dx} - \frac{C}{A} \frac{dQ}{dx} - KC = 0$$

según se deduce de la ecuación V-3 (estado permanente). Multiplicando por $A dx$ y dividiendo por QC resulta:

$$-\frac{dC}{C} - \frac{dQ}{Q} - \frac{KA}{Q} dx = 0$$

o sea

$$\text{Log}_e C + \text{Log}_e Q = - \int_0^x \frac{KA}{Q} dx + \text{constante}$$

Si para $x = 0$, $C = C_0$ y $Q = Q_0$ queda

$$\text{Log}_e \frac{QC}{Q_0 C_0} = - \int_0^x \frac{KA}{Q} dx \quad (V-5)$$

Es interesante examinar ciertos casos en los cuales Q y A son determinadas funciones de x y K es constante.

Si asumimos que

$$Q = Q_0 e^{qx}$$

$$A = A_0 e^{ax}$$

es fácil ver que la ecuación V-5 resulta en:

$$C = C_0 e^{-qx} e^{-\frac{K}{U_0} \frac{e^{(a-q)x} - 1}{a - q}} \quad (V-6)$$

Si $Q = Q_0$ (o sea $q = 0$) entonces la ecuación V-6 da:

$$C = C_0 e^{-\frac{K}{aU_0} (e^{ax} - 1)} \quad (V-7)$$

En ambos casos se tomó $U_0 = \frac{Q_0}{A_0}$ o sea la velocidad inicial para $x = 0$.

En los casos donde $qx < 0.25$ (lo cual generalmente sucede para áreas de drenaje mayores de 250 km²) entonces prácticamente se puede poner $A = A_0$ o sea $a = 0$. Es fácil ver que la expresión

$$\frac{e^{(a-q)x} - 1}{a - q} = \frac{e^{-qx} - 1}{-q}$$

es aproximadamente x ; por lo que la ecuación V-6 resulta:

$$C = C_0 e^{-x \left(q + \frac{K}{U_0} \right)} \quad (V-8)$$

Esta expresión aproximada es útil para áreas medianas y grandes.

Si en la ecuación V-7 tomamos logaritmos, queda

$$\text{Log}_e \frac{C}{C_0} = - \frac{K}{aU_0} \left(e^{ax} - 1 \right) = 2.3 \text{Log}_{10} \frac{C}{C_0}$$

Entonces, se puede determinar gráficamente el valor de K mediante la pendiente de la recta

$$z = - \frac{K}{2.3aU_0} y$$

donde

$$z = \text{Log}_{10} \frac{C}{C_0}$$

$$y = e^{ax} - 1$$

para lo cual, teóricamente, bastarían 2 puntos (para dos diferentes valores de x). La figura V-2 ilustra esta observación.

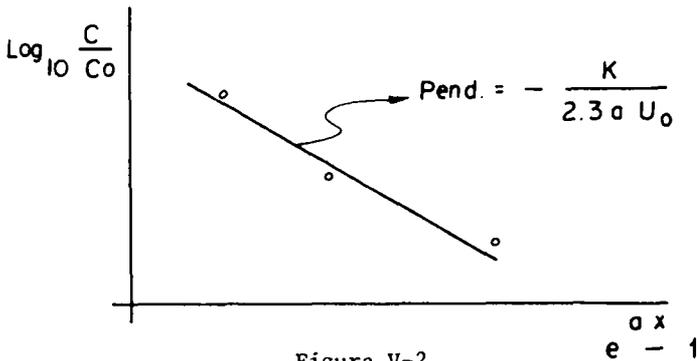


Figura V-2

SISTEMAS ACOPLADOS

Cuando se trata de estudiar el comportamiento de un contaminante el que, además de sus cambios por efectos advectivos y reactivos, sufre la influencia de otro contaminante, el sistema se llama acoplado. La demanda bioquímica de oxígeno y el oxígeno disuelto; polifosfatos y ortofosfatos; oxidaciones de ciertas formas de nitrógeno son ejemplos de sistemas acoplados.

La ecuación V-2 escrita para cada contaminante C_1 y C_2 será:

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = - \frac{1}{A} \frac{\partial Q C_1}{\partial x} - K_{11} C_1 + \Sigma W'_1 \quad (V-9a)$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial t} = - \frac{1}{A} \frac{\partial Q C_2}{\partial x} - K_{22} C_2 + K_{12} C_1 + \Sigma W'_2 \quad (V-9b)$$

Se ve que el término $K_{12} C_1$ representa la influencia de C_1 en C_2 . Estas ecuaciones son secuenciales, resolviendo la primera y reemplazando C_1 en la segunda se puede hallar C_2 .

Suponiendo que nos encontramos en estado permanente y que los coeficientes Q y A son constantes y que los W' son nulos (o sea que las cargas son sólo las iniciales) resulta siendo $U = Q/A$:

$$- U \frac{dC_1}{dx} - K_{11} C_1 = 0 \quad (V-10a)$$

$$- U \frac{dC_2}{dx} - K_{22}C_2 + K_{12}C_1 = 0 \quad (\text{V-10b})$$

La solución de la ecuación V-10a para la condición de borde $C_1 = C_{o1}$ para $x = 0$ está dada por (ver ecuación V-8, caso $q = 0$)

$$C_1 = C_{o1} e^{-\frac{K_{11}}{U} x} \quad (\text{V-11})$$

Si se sustituye en la ecuación V-10b resulta la ecuación diferencial:

$$U \frac{dC_2}{dx} + K_{22}C_2 = K_{12}C_{o1} e^{-\frac{K_{11}}{U} x}$$

Esta ecuación no homogénea es de primer orden y lineal. Su solución es:

$$C_2 = \frac{K_{12}}{K_{22} - K_{11}} \left(e^{-\frac{K_{11}}{U} x} - e^{-\frac{K_{22}}{U} x} \right) C_{o1} + C_{o2} e^{-\frac{K_{22}}{U} x} \quad (\text{V-12})$$

La ecuación V-12 cuando C_1 es la demanda bioquímica de oxígeno y C_2 el déficit de oxígeno (o sea la diferencia del oxígeno de saturación con el oxígeno del agua) es la famosa ecuación de Streeter - Phelps.

En este caso, se observa que:

$$C_{o1} = \frac{Q_r L_r + Q_d L_d}{Q_r + Q_d} = L_0$$

donde L_0 es la DBO de primera etapa si se considera la demanda carbonosa como actuando, Q_r el caudal del río y Q_d el del desagüe.

Además,

$$C_{O_2} = \frac{D_r Q_r + D_d Q_d}{Q_r + Q_d} = D_0$$

es el déficit inicial de oxígeno, una vez mezclado el desagüe con el río. Los valores:

$$K_{11} = K_r \quad K_{12} = K_d \quad K_{22} = K_a$$

son, respectivamente, los coeficientes de remoción de materia orgánica en el río (K_r), la tasa de desoxigenación provocada por la DBO (K_d) y la tasa de reaeración (K_a).

Las ecuaciones V-10 pueden extenderse, como resultantes de las V-9 cuando consideramos que las W' no son nulas en el tramo que estudiamos. Es útil obtener las ecuaciones resultantes cuando consideramos aun que Q y A son constantes. Para ello, volviendo a la ecuación V-4 en el caso de estado permanente

$$-U \frac{dC_1}{dx} - K_r C_1 + R_c = 0$$

su solución es:

$$C_1 = \frac{R_c}{K_r} \left(1 - e^{-\frac{K_r}{U} x} \right) + C_{O_1} e^{-\frac{K_r}{U} x} \quad (V-13)$$

donde se ve que el término $W_1' = R_c$ da como resultante el primer término de C_1 . Este término tiene 2 partes:

$$\frac{R_c}{K_r} \quad \text{y} \quad -\frac{R_c}{K_r} e^{-\frac{K_r x}{U}}$$

La respuesta de C_2 a la primera parte $\left(\text{o sea } \frac{R_c}{K_r} \right)$ es:

$$\frac{K_d}{K_a} \left[\frac{R_c}{K_r} \left(1 - e^{-\frac{K_a}{U} x} \right) \right]$$

y el valor de C_2 debido a la segunda parte (exponencial) es el mismo que para la descarga puntual ya que tiene la misma forma para C_1 . Podemos agregar asimismo valores de W_2' a la segunda ecuación V-9b debidos a factores como:

$$\text{Fotosíntesis } W_2' = - F$$

(el signo menos es porque $C_2 = \text{Déficit} = D$)

$$\text{Respiración } W_2' = + R$$

$$\text{Carga bentálica } W_2' = D_B/H$$

resultando finalmente la siguiente expresión generalizada del déficit

$$D = \text{Oxíg. Sat.} - \text{Oxíg. Río}$$

$$D = D_0 e^{-\frac{K_a}{U} x} + \tag{V-14-I}$$

$$+ \frac{K_d L_0}{K_a - K_r} \left[e^{-\frac{K_r}{U} x} - e^{-\frac{K_a}{U} x} \right] + \tag{V-14-II}$$

$$+ \frac{R_c K_d}{K_a K_r} \left(1 - e^{-\frac{K_a}{U} x} \right) - \frac{R_c K_d}{(K_a - K_r) K_r} \left(e^{-\frac{K_r}{U} x} - e^{-\frac{K_a}{U} x} \right) + \tag{V-14-III}$$

$$+ \frac{D_B}{H K_a} \left(1 - e^{-\frac{K_a}{U} x} \right) + \tag{V-14-IV}$$

$$+ \frac{R}{K_a} \left(1 - e^{-\frac{K_a}{U} x} \right) + \quad (V-14-V)$$

$$- \frac{F}{K_a} \left(1 - e^{-\frac{K_a}{U} x} \right) \quad (V-14-VI)$$

(Ecuación V-14)

donde:

- (I) es por el déficit inicial (carga puntual)
- (II) es por el déficit inducido por la carga puntual
- (III) es por carga distribuida sin aporte de agua (por ejemplo una carga de ribera R_C)
- (IV) es por la carga bental
- (v) es por respiración de algas
- (VI) es por fotosíntesis de algas.

La ecuación V-14 es la base del modelo SIMOX desarrollado en el CEPIS (ver referencia V-A) y sobre el cual se hace mención más adelante.

Coefficientes (tasas) de reacción

La tasa de remoción de materia orgánica en el río (K_r) no tiene, necesariamente, que ser igual a la tasa de desoxigenación (K_d). Hay varios factores que pueden explicar la diferencia. En K_r están incluidos los efectos de sedimentación y de arrastre de fondo, eventualmente algunas pérdidas de materia por otros efectos como volatilización. Generalmente $K_r > K_d$. Pero K_d no es tampoco la tasa que se obtiene en el laboratorio, mediante el estudio de la curva de DBO a distintos tiempos que llamamos K_1 .

La razón por la cual $K_d > K_1$ estriba en el hecho que en ríos de poca profundidad y rocosos, existe una zooglea en el fondo que hace un efecto similar al de filtros percoladores. Se extrae, por esta zooglea, materia orgánica y se estabiliza, lo cual no puede reproducirse en el frasco de laboratorio.

Los valores de K_1 , K_d y K_r dependen asimismo de la facilidad con que la bacteria aeróbica encuentra y metaboliza la materia orgánica. Si ésta ha sufrido ya la acción bacteriana en algún tratamiento biológico (secundario) entonces el valor de los K será menor ya que la masa bacteriana no

asimila tan fácilmente el alimento disponible. El mismo efecto, por razón de cercanía al alimento, puede causar una dilución mayor.

Valores de K_r entre 0.6 y 3 (día^{-1}) no son extraños si hay alguna sedimentación, los más altos cuando es un curso de agua bajo y rocoso. En el río Yaracuy (Venezuela) [V-B] se encontró $K_r = 1.33$ y $K_1 = 0.15$; en este caso se observó en los márgenes vegetación "...recubierta por una película gelatinosa", también la "...deposición localizada de exceso de lodos...". A valores mayores de caudal, los valores de K_r disminuyen acercándose a K_1 (en este caso del río Yaracuy sólo aumentando en 50% el caudal se obtiene concordancia de los valores).

En la fórmula V-14 pudiéramos haber incluido un término adicional debido a la DBO nitrogenada. Este término sería similar al II en dicha fórmula, pero L_0 sería sustituido por L_0^N correspondiente a la etapa nitrogenada y $K_d = K_r$ por K_N (no existe prácticamente diferencia entre los citados para el nitrógeno ya que la materia nitrogenada está preponderantemente disuelta). Sin embargo, debe tenerse presente que la curva depletiva de oxígeno puede tener mínimos secundarios o variar su andamio, después de sufrir el efecto carbonoso, por acción de K_N . Esto hace que sea preferible considerarla aparte, teniendo en cuenta la iniciación de la oxidación del nitrógeno (ver figura IV-8).

Los mayores avances en determinaciones de K_a (tasa de reaeración) se deben a trabajos de D. O'Connor, Churchill y otros. Nuestra experiencia aconseja aplicar la fórmula de O'Connor.

$$K_a = 4 \frac{U^{1/2}}{H^{3/2}} \quad (V-15)$$

siendo U expresado en m/s y H en m; el valor de K_a estará dado en día^{-1} . (para la base e). Para la base 10 hay que dividir por 2.3 aproximadamente.

Hay algunas consideraciones que justifican la expresión V-15. La transferencia de oxígeno es proporcional a la diferencia de concentración de éste en el aire y en el agua. Así:

$$\frac{dC}{dt} = K_L \frac{A}{V} (C_s - C) = K_a (C_s - C)$$

En la expresión anterior A es la superficie a través de la cual se produce la transferencia y V el volumen. El Dr. O'Connor hace notar [IV-A] que K_a se incrementa con la razón o tasa de renovación de la superficie del líquido. Esta tasa es proporcional a la frecuencia con la cual un elemento del área superficial, con concentración C_s , se reemplaza con un elemento de

fluido con concentración C.

Si llamamos D_L a la difusividad de oxígeno en agua con dimensiones L^2/T , Dauckwertz halló que

$$K_L = \sqrt{D_L r}$$

donde r es la tasa de renovación superficial, siendo las dimensiones:

$$r = \left[\frac{1}{T} \right] \quad K_L = \left[\frac{L}{T} \right]$$

La difusividad tiene un valor de $0.209 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$. O'Connor estableció que $r = \frac{U}{H}$ en régimen turbulento, donde U es la velocidad en el río y H la profundidad media del tramo, por lo que

$$K_L = \left(\frac{D_L U}{H} \right)^{1/2}$$

Entonces:

$$K_a = \frac{D_L^{1/2} U^{1/2}}{H^{3/2}}$$

Los valores de K_L están dados en el cuadro V-1.

Cuadro V-1
VALORES DE K_L

Tipo de río	K_L m/día
Mínimo	0.60-0.90
Lento	1.50
Rápido	3.0
Turbulento y baja profundidad	6.0
Máximo	7.5

La variación de K_L con profundidad está indicada en el siguiente gráfico [IV-A]:

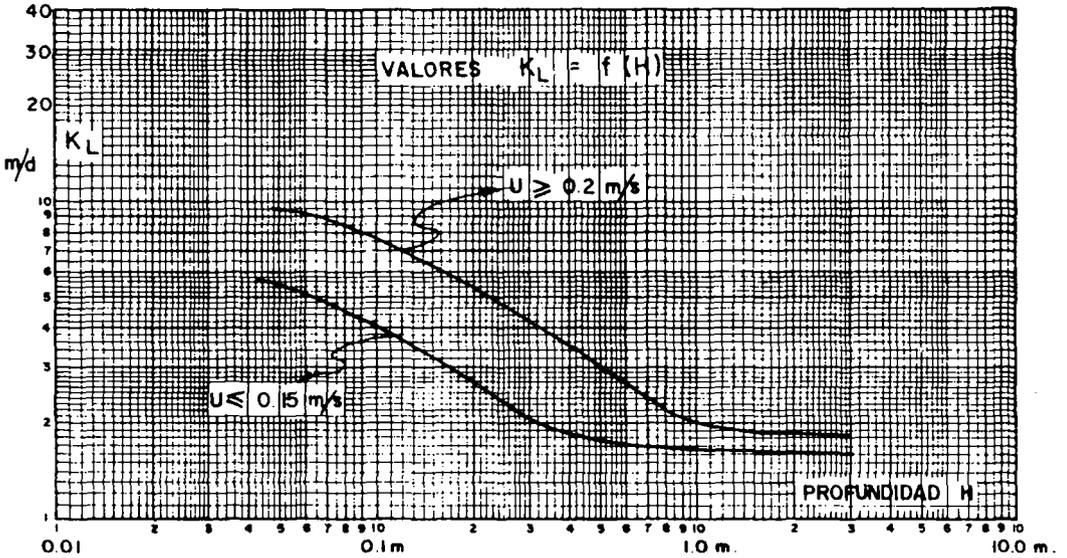


Figura V-3

Los valores de los distintos coeficientes o tasas se dan en el cuadro V-2.

La tabulación que sigue es sólo una guía, en realidad las experiencias de campo son esenciales, especialmente las dadas por calibración de los modelos.

El efecto de temperatura, de acuerdo a la expresión IV-6, ha sido indicado en el capítulo IV, excepto para K_a (o K_L). La misma ecuación IV-6 se aplica con

$$\theta = 1.025$$

Cuadro V-2
COEFICIENTES DE REACCION

Variable	Tasa	Aplicación	Valor
DBO Carbon.	K_r	Desagüe crudo en río (bajo y rocoso)	1.0 a 3.0
DBO Carbon.	K_d	Sedimentado y poca prof. (rocoso)	0.5 a 2.0
DBO Carbon.	K_1	De desagüe secundario en río	0.2 a 0.5
DBO Nitrog.	K_N		0.1 a 0.6
Demanda bental	D_B/H	y K_B (bacteria) Ver capítulo IV	
Reaeración	K_a, K_L	Ver cuadro V-1 y figura V-3	

ESTADO NO-PERMANENTE

La variación temporal de una descarga de material contaminante puede tener importancia, de acuerdo a la naturaleza cíclica del problema que se estudia. Estos ciclos pueden ser anuales, estacionales, mensuales, diarios u horarios. Por ejemplo, la descarga de un alcantarillado tiene una variación en el día que pudiera aproximarse por la función sinusoidal:

$$f(t) = C_0 + A_m \operatorname{sen} \left[\frac{t - x/U_0}{p} \right] \pi$$

donde

- p - período del ciclo
- A_m - amplitud a $x = 0$
- C_0 - concentración media en el período suponiendo que a $x = 0$ se descarga el desagüe.

La solución de la V-2 para este caso pudiera ponerse así:

$$C = f(t) e^{-\frac{K}{U_0} \psi(x)}$$

donde $\psi(x)$ toma la forma de V-6 y siguientes. Entonces la variación en cualquier punto será también sinusoidal atenuada por un factor que depende del tiempo (x/U_0) que tarda en llegar a x .

Para sistemas acoplados la solución representa una extensión formal de las V-14 del mismo tipo que lo indicado anteriormente para una variable. En cada caso la amplitud en el punto x es independiente de la frecuencia y alcanza su valor máximo en un tiempo que depende de x/U_0 .

Una aplicación importante del estado no-permanente es el caso de tratamiento estacional de aguas residuales. En muchos casos, sin embargo, se deben considerar efectos leves de dispersión. Para ello se volverá a tratar este caso al estudiar estuarios.

EL MODELO SIMOX

El CEPIS ha desarrollado un modelo de computación generalizado denominado SIMOX [ver V-A], que se basa en la ecuación V-14.

El modelo está diseñado para manejar un sistema fluvial compuesto de río principal, tributarios primarios y secundarios; dividido en hasta 99 tramos pero que puede extenderse fácilmente. Su finalidad es analizar por simulación los valores de oxígeno disuelto en complejas condiciones que incluyen embalses, descargas de aguas residuales, tratamientos y entradas o salidas de agua del o al sistema.

En la figura V-4 se puede ver el esquema de un río que se ha analizado con este modelo. El modelo efectúa en cada punto crítico de cada tramo una evaluación del oxígeno disuelto OD y de la demanda bioquímica de oxígeno, DBO. Si el OD es menor que el que se estableció como mínimo admisible en el tramo, entonces el modelo calcula la cantidad de agua de dilución (generalmente con alto OD) necesaria para llevar el OD al mínimo adoptado. El modelo pide el agua a los embalses de aguas arriba en forma equitativa. El problema es que al "soltar" el agua desde los embalses se modifican las condiciones en los tramos anteriores al que se está evaluando (especialmente K_a como corolario y a veces otros coeficientes). El modelo vuelve a recalcular cada tramo anterior y si al llegar al tramo que se está evaluando no se cumple con el estándar fijado, vuelve a recalcular corrigiendo. Este proceso se continúa hasta cumplir con el OD mínimo admisible en todos los tramos. En algunos casos ello no es posible, entonces hay que variar la configuración de tratamientos que se ha supuesto.

En todos los casos es necesario calibrar el modelo en las condiciones actuales y validarlo estacionalmente. Ya se ha visto en el capítulo III la importancia de la incorporación de los modelos de calidad en los modelos económicos del recurso hídrico.

El programa está escrito en FORTRAN para una computadora IBM 360 y requiere una memoria modesta de menos de 32 KB. En ciertos casos (como el del río Iguazú, Brasil) fue corrido ligeramente modificado con una IBM 1130.

El programa original, que se está mejorando ahora, contiene definiciones, listado, ejemplos, instrucciones de preparación de datos y diagramas de flujo [V-A].

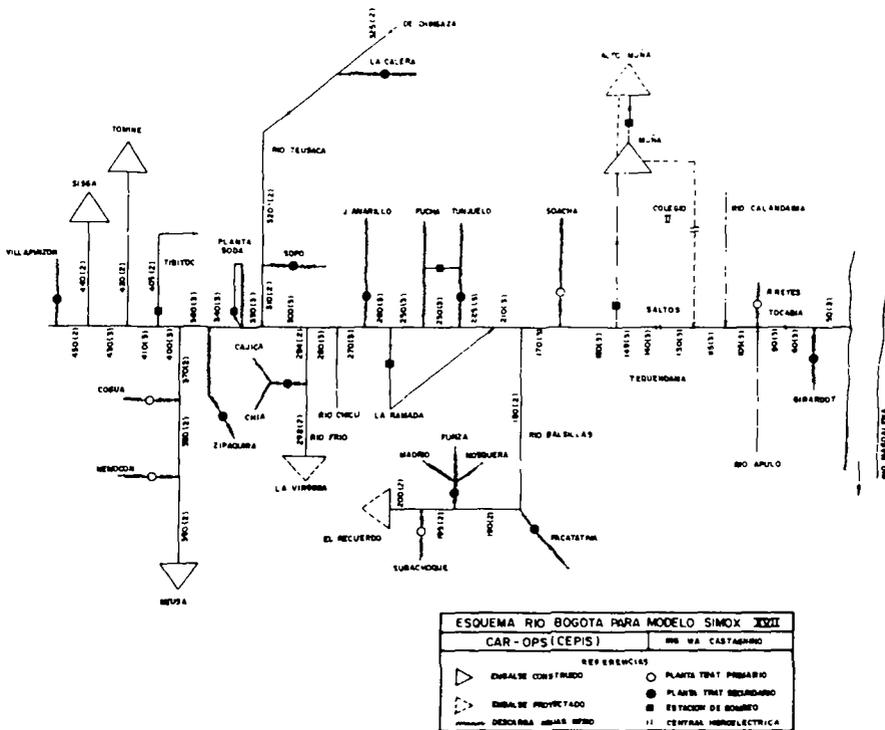


Figura V-4

FOTOSINTESIS

En la ecuación V-14 se incluyeron los términos correspondientes a F y R. Tanto el fitoplancton como el perifiton o aun ciertas formas de vegetación acuática son importantes ya que estos fenómenos son procesos fotosintéticos que se basan en plantas con acción clorofiliana; convirtiendo bióxido de carbono en un compuesto orgánico y produciendo oxígeno. Como la producción de oxígeno se efectúa usando la energía radiante del sol, el proceso se realiza sólo durante las horas del día.

El problema que se plantea realmente es: dada la concentración de fitoplancton en un cuerpo de agua, estimar la producción diaria promedio de oxígeno.

Ya hemos visto en el capítulo IV las expresiones de la influencia de la extinción de la luz en profundidad y la reducción por ese efecto promediada en la profundidad H y el período T. La expresión, que aquí se repite, era

$$\frac{2.718f}{K_e H} \left(e^{-\alpha_1} - e^{-\alpha_0} \right)$$

donde

$$\alpha_0 = \frac{I_a}{I_s} \quad \alpha_1 = \frac{I_a}{I_s} e^{-K_e H}$$

siendo

I_a la intensidad promedio incidente (ver figura IV-10)
 I_s la intensidad de saturación.

Al nivel de I_s la producción de F alcanza un máximo de F_s y un incremento ulterior de I_s decrece la producción. El valor de H en lagos sería la profundidad hasta la termoclina. Resulta así:

$$\frac{F_p}{F_s} = \frac{2.718f}{K_e H} \left(e^{-\alpha_1} - e^{-\alpha_0} \right) \quad (V-16)$$

donde F_p es la producción promedio de oxígeno. Entonces, todo depende del valor F_s . Una correlación entre F_s y la concentración de clorofila "a" (esta última es una medida de la densidad de la población de algas) ha sido establecida:

$$F_s = 0.25 \text{ Clor "a"}$$

donde F_s está en mg O_2 /litros-día y Clor "a" en $\mu\text{g}/\text{l}$ (microgramos por litro, ver el capítulo X).

Sólo se necesita entonces para calcular F_p los valores de Clor "a", la radiación solar incidente I_a , la longitud del período de luz f, el coeficiente de extinción K_e y la profundidad H.

El valor del oxígeno utilizado por las algas para respiración (R) ha sido relacionado con el valor de Clorofila "a" por la expresión:

$$R = 0.025 \text{ Clor "a"}$$

Con R en mg O₂/litros-día y Clor "a" en µg/l. Por tanto:

$$\frac{F_s}{R} = 10$$

aunque no siempre este valor es exacto.

La variación diurna de valores de la concentración de oxígeno debida a algas no está considerada en lo anterior. Di Toro [V-C] ha establecido una expresión aproximada para el valor

$$\Delta = C_{\text{máx}} - C_{\text{mín}}$$

que representa la diferencia entre los valores máximos y mínimos de oxígeno en un ciclo diario.

Esta expresión es:

$$\frac{\Delta}{F_p} = \frac{\left(1 - e^{-K_a f T}\right) \left(1 - e^{-K_a T (1 - f)}\right)}{f K_a \left(1 - e^{-K_a T}\right)} \quad (\text{V-17})$$

Esta expresión, para $K_a \leq 0.2$ [día⁻¹] puede simplificarse a:

$$\frac{\Delta}{F_p} = T (1 - f)$$

EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICION

La naturaleza lineal de las ecuaciones mostradas en el caso de estado permanente conduce a poder analizar separadamente el efecto de cada carga en el río o canal considerado.

El ejemplo que se muestra a continuación es un análisis simplificado de este tipo realizado por el autor en el alto río Cauca. Puede observarse en la figura V-5 las cargas en diferentes lugares del curso de agua (Palo,

Cali, Yumbo, Tuluá y Bugalagrande) y los caudales del río. En la parte superior de la figura citada están dibujadas las líneas de influencia de cada carga incluyendo la proveniente de aguas arriba en Salvajina que se toma como punto inicial y que es donde se considera ubicada la futura presa.

Lo importante es que basta multiplicar por un factor cada ordenada de cada curva para hallar la influencia de un cambio de carga en cada efluente que genera esa curva. Este factor es la relación:

$$\frac{L \text{ nuevo}}{L \text{ anterior}} = f$$

De ese modo se halla el impacto de cada tratamiento por separado en el déficit total de oxígeno disuelto.

La curva de déficit total es la suma de las ordenadas de cada curva en cada abscisa del río. Se hace notar que la carga nitrogenada de Cali empieza a actuar recién en Mediacanoa. Esto es consecuencia de adaptación de bacterias y normalmente debe hacerse por tanteos. Debe remarcarse que la DBO nitrogenada exige OD mayor a 2 ppm y un pH no extremo, además.

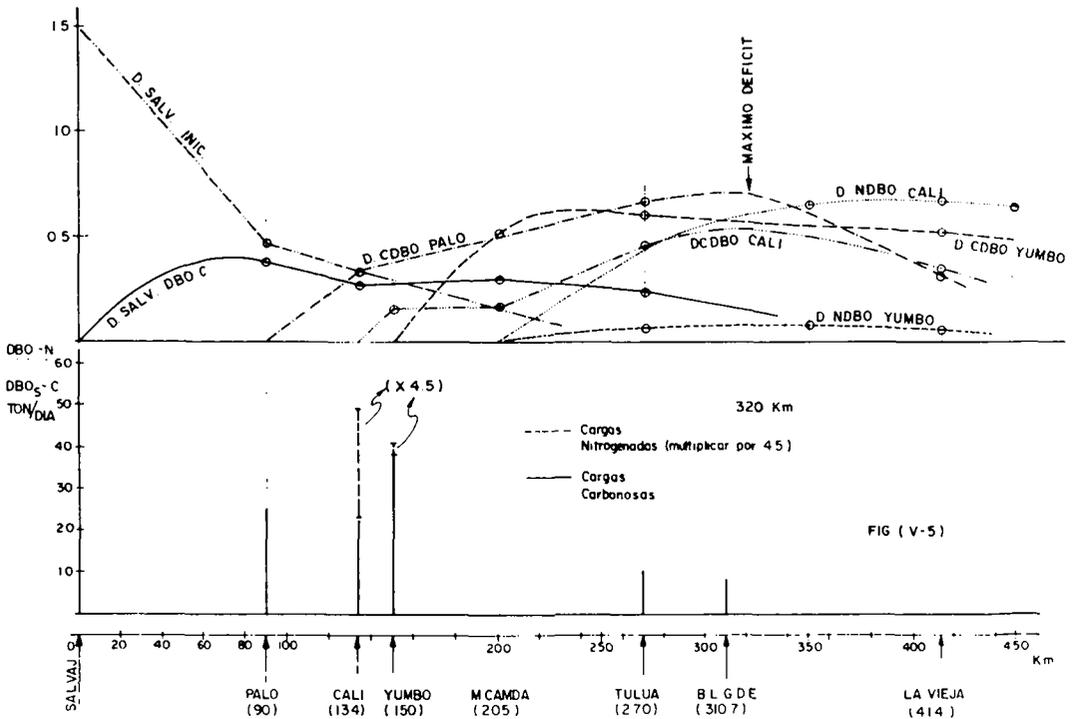


Figura V-5

VI

ESTUARIOS Y BAHIAS

Los cuerpos de agua que se consideran en este capítulo son aquellos que están sometidos a la influencia de mareas. En estos casos la dispersión es significativa y los términos correspondientes de la ecuación general IV-1 no pueden eliminarse.

Hay estuarios en los cuales solamente prevalecen los gradientes de un parámetro de calidad de aguas en una sola dimensión: la longitudinal. En otros, dos o tres dimensiones son de imprescindible consideración, como es el caso de bahías, usualmente.

Por tanto, el coeficiente de dispersión debe siempre incluirse, en muchos casos con valores diferentes de acuerdo a varios factores. En este coeficiente E existen influencias de mareas, gradientes de velocidad y difusión turbulenta, entre otros tales como estructuras de densidad.

En general se considerará el estudio centrado en los flujos de agua dulce introducidos en estos cuerpos de agua. Estos flujos se consideran en intervalos correspondientes a ciclos de marea o sea no se estudia la variación instantánea real sino intervalos de alrededor de 12 horas que corresponden a cada ciclo.

En la figura VI-1 la masa de agua en un instante está en I, durante la marea bajante llega hasta II y luego, la marea subiente la lleva hasta III al cabo de exactamente un ciclo. Esa masa de agua dulce ha avanzado x en el ciclo considerado. Al cabo de un número de ciclos el material transportado y dispersado se habrá conducido al océano.

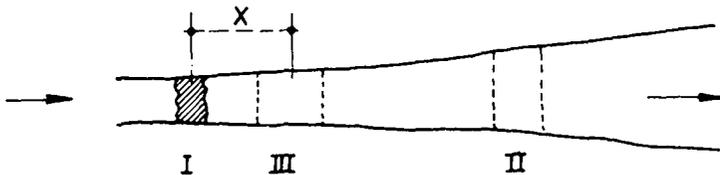


Figura VI-1

En cada ciclo de marea hay dos períodos estacionarios (en relación a la velocidad de translación); uno en alta marea y otro en baja marea.

Es en estos períodos en que generalmente se muestrea, ya que es usualmente más fácil de detectar cada período estacionario como lo muestra la figura VI-2.

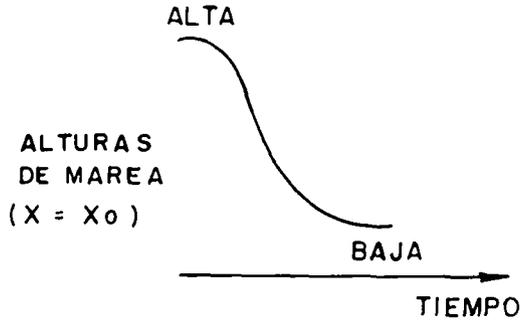


Figura VI-2

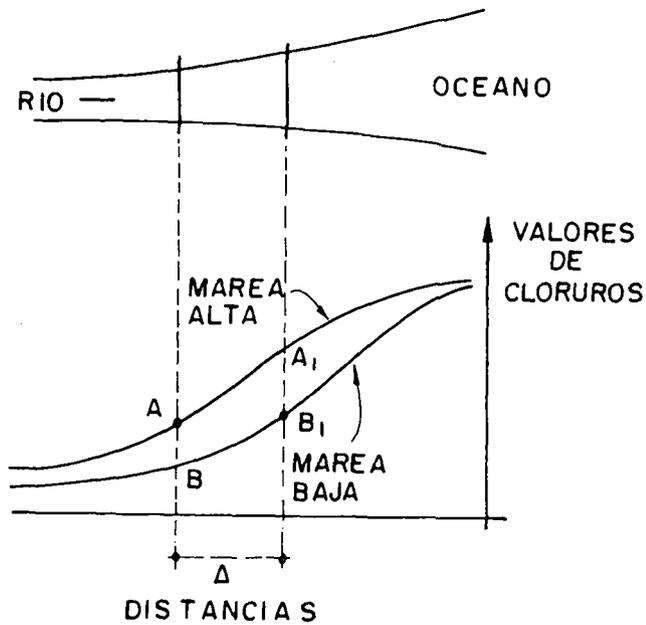


Figura VI-3

La determinación de cloruros es generalmente muy importante, especialmente para estudios de coeficientes de dispersión. Los valores de cloruros varían para el mismo punto según se extraiga la muestra en alta o baja marea.

En la figura VI-3 se observa este efecto, definiéndose al mismo tiempo la llamada "excursión" Δ .

Se ve que el valor A es, en alta marea, mayor que el valor B en baja y que la sección del estuario que corresponde a A tiene el mismo valor en alta marea que la sección que corresponde a B₁ en baja marea, ambos tomados en período estacionario.

CONTAMINANTES CONSERVATIVOS (NO DEGRADABLES)

La ecuación IV-1 puede ponerse de la siguiente forma:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{1}{A} \frac{\partial(QC)}{\partial x} - KC + \Sigma W'$$

Considerando una fuente puntual (o sea que en el tramo $\Sigma W' = 0$) y que estamos en estado permanente y el contaminante es conservativo ($K = 0$) queda:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{1}{A} \frac{\partial(QC)}{\partial x} = 0 \quad (VI-1)$$

Integrando una vez:

$$EA \frac{\partial C}{\partial x} - QC + \lambda_1 = 0 \quad (VI-2)$$

donde λ_1 es una constante. Si $\lambda_1 = 0$ se ve que la ecuación VI-2 es igual a la de ríos (por ejemplo a la ecuación V-10a) haciendo:

$$U = EA$$

y

$$Q = K_{11}$$

Si Q es constante, entonces la solución es igualmente

$$C = C_0 e^{\int \frac{Q}{EA} dx}$$

donde

$$C_0 = C$$

para

$$x = 0$$

En la mayoría de los estuarios E es constante en el tramo y el área transversal varía exponencialmente:

$$A = A_0 e^{ax}$$

Entonces la solución es igual a la ecuación V-7, o sea

$$C = C_0 e^{\frac{Q}{aEA_0} [e^{ax} - 1]} \quad (\text{VI-3})$$

y así pudiera hallarse E como en la figura V-2. Para el caso de cloruros $x = 0$ es más conveniente ubicarlo en la boca de la bahía o estuario donde descarga en el océano.

Un ejemplo puede ilustrar el uso de la ecuación VI-3.

Se han utilizado valores de cloruros en el estuario del Plata (río de La Plata) trazando una línea extrema entre Punta Piedras (Argentina) y Montevideo. La sección de bajo contenido de cloruros (A_0 en este caso) se ha tomado entre Juan Lacaze (Uruguay) y Ensenada. Los valores adoptados como medios son gruesas aproximaciones, lo mismo que en lo referente a otros parámetros. La sección $A_0 = 240,000 \text{ m}^2$. Puede probarse que el valor de a en la fórmula $A = A_0 e^{ax}$ es igual a 0,0045 (ver figura VI-5). Tomando esos valores aproximados se tiene como datos:

Sección	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
Distancia en km	00	25	50	75	100
Cloruros ppm	10	100	650	4300	22100

En consecuencia aplicando la ecuación VI-3 donde $\frac{Q}{A_0} = 0.10 \text{ m/s} = 8.64 \frac{\text{km}}{\text{día}}$ resulta el cuadro de valores siguiente:

$\frac{C}{C_0}$	$\text{Log}_e \frac{C}{C_0}$	$\text{Log}_{10} \frac{C}{C_0}$	$(e^{0.0045 x-1})$
10	2.30	1.00	0.119
65	4.17	1.81	0.252
430	6.06	2.63	0.401
2210	7.7	3.34	0.568

En el gráfico que sigue (figura VI-4), realizado en papel semilogarítmico, se puede observar la recta que corresponde a la ecuación VI-3.

O sea:

$$\text{Log}_e \frac{C}{C_0} = \frac{8.64}{0.0045 E} \left[e^{0.0045 x-1} \right]$$

$$\text{Log}_e \frac{C}{C_0} = \frac{1920}{E} \left[e^{0.0045 x-1} \right]$$

Se ha tomado como abscisas los valores de

$$(e^{0.0045 x-1})$$

y en ordenadas

$$\text{Log}_{10} \left(\frac{C}{C_0} \right)$$

Por tanto, se puede hallar el valor de E que resulta ser de $305 \frac{\text{km}^2}{\text{día}}$. Se hace notar que este valor es de casi un orden de magnitud superior al encontrado en la bahía de Guanabara, por ejemplo, pero también la escala es de un orden de magnitud superior (ver más adelante la determinación de coeficientes de dispersión).

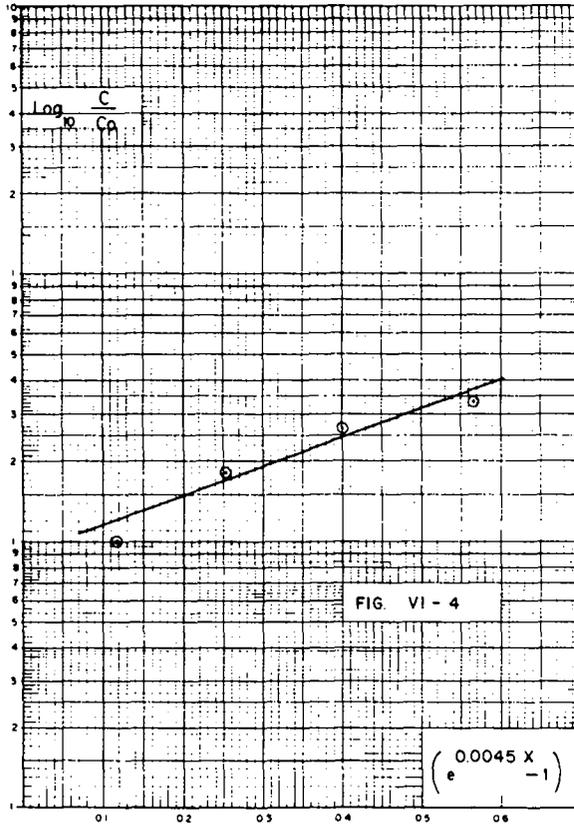


Figura VI-5

CONTAMINANTES REACTIVOS (DEGRADABLES)

Suponiendo que la degradación es de primer orden, la ecuación IV-1 se convierte en estado permanente

$$E \frac{d^2 C}{dx^2} - U \frac{dC}{dx} - KC = 0 \quad (VI-4)$$

si A y $\frac{Q}{A} = U$ son constantes. La ecuación VI-4 para las condiciones de borde $x = 0; C = C_0; x = -\infty; C = 0$ se integra a:

$$C = C_0 e^{\frac{Ux}{2E}(1 \pm m)} \quad (VI-5)$$

donde

$$m = \sqrt{1 + \frac{4EK}{U^2}} \quad (VI-6)$$

El signo positivo se refiere a valores $x < 0$ y el signo negativo a valores $x > 0$. En realidad se está considerando el caso de la figura VI-6a y b.

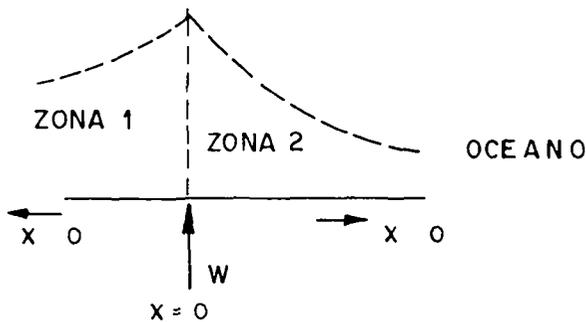


Figura VI-6a

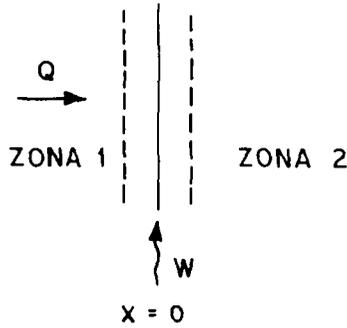


Figura VI-6b

Haciendo un balance de masa en $x = 0$, tenemos
viniendo de zona 1

$$Q_1 C_1 - EA \left(\frac{dC_1}{dx} \right)_{x=0} + W$$

viniendo de zona 2

$$Q_2 C_2 - EA \left(\frac{dC_2}{dx} \right)_{x=0}$$

pero en $x = 0$

$$Q_1 C_1 = Q_2 C_2$$

entonces

$$-EA \left(\frac{dC_1}{dx} \right)_{x=0} + W = -EA \left(\frac{dC_2}{dx} \right)_{x=0}$$

en razón de la ecuación VI-5 resulta:

$$\left(\frac{dC_1}{dx} \right)_{x=0} = \frac{C_0 U}{2E} (1 + m)$$

$$\left(\frac{dC_2}{dx} \right)_{x=0} = \frac{C_0 U}{2E} (1 - m)$$

por tanto

$$\frac{-EAC_0U}{2E} (1 + m) + W = \frac{-EAC_0U}{2E} (1 - m)$$

o sea

$$C_0 = \frac{W}{Q_m} \quad (\text{VI-7})$$

ya que

$$U = \frac{Q}{A}$$

por tanto, resulta

$$C = \frac{W}{Q_m} e^{\frac{Ux}{2E}} (1 + m) \quad (\text{VI-8a})$$

para

$$x < 0$$

y

$$C = \frac{W}{Q_m} e^{-\frac{Ux}{2E}} (1 + m) \quad (\text{VI-8b})$$

para

$$x > 0$$

En estuarios y bahías, en muchos casos U es pequeña y puede despreciarse. Como

$$U(1 \pm m)$$

es igual a Um , o sea:

$$U \pm \sqrt{U^2 + 4EK} \cong \sqrt{4EK} = 2\sqrt{EK}$$

en consecuencia

$$C_0 = \frac{W}{Q_m} = \frac{W}{UA_m} = \frac{W}{2A\sqrt{EK}}$$

Conociendo el valor de E se puede así, con el valor de C_0 (en $x = 0$) hallar el valor de K. Esta aproximación es muy útil en el caso de una sola carga significativa W en $x = 0$, determinándose K con sólo hallar C_0 .

CONDICIONES ESPECIALES DE BORDE

Una de las condiciones de borde naturales es el intercambio en la boca de un estuario o bahía. La región del estuario que es afectada es aquella igual a una "excursión" de marea. Cualquier afluente que descarga en el estuario en esa región se traslada al océano en la bajante de marea. Es conveniente, como lo indica O'Connor [VI-A], asumir que la concentración se reduce por intercambio con el océano de una manera proporcional a la concentración. La ecuación VI-4 puede entonces generalizarse así:

$$E \frac{d^2C}{dx^2} - U \frac{dC}{dx} - (K + r)C = 0 \quad (\text{VI-9})$$

siendo r el coeficiente de intercambio. Esta ecuación VI-9 dice que el océano es, en realidad, un sumidero infinito; r varía entre 0.1 y 0.5 [día⁻¹].

Otra condición de borde que se encuentra a menudo es una presa aguas arriba. Si a una distancia a , aguas abajo de la presa, se descarga un contaminante y localizamos el origen de coordenadas en la descarga, aguas arriba serán las $x < 0$ y hacia el océano $x > 0$. En este caso la dispersión está restringida en la presa, la masa que se habría dispersado aguas arriba desde ese punto si la presa no estuviera, se refleja aguas abajo. El perfil de la concentración puede descomponerse en dos partes: uno, el de la dispersión sin restricción y otro, la concentración incremental debida a la reflexión. Entonces en $x = -a$ la ecuación de flujo es tal que hay sólo advección en el flujo que entra al tramo (por encima de la presa) y desde allí hay ambas: advección y dispersión.

La solución para cada región es:

$$C = \frac{W}{Qm} \left[e^{ix} - \left(\frac{1-m}{1+m} \right) e^{\alpha(j-i) + jx} \right] \quad (x < 0)$$

$$C = \frac{W}{Qm} \left[e^{jx} - \left(\frac{1-m}{1+m} \right) e^{\alpha(j-i) + jx} \right] \quad (x > 0)$$

donde

$$m = \sqrt{1 + \frac{4KE}{U^2}}$$

$$j = \frac{U}{2E} \left[1 - \sqrt{1+m} \right]$$

$$i = \frac{U}{2E} \left[1 + \sqrt{1+m} \right]$$

SISTEMAS ACOPLADOS

Aplicando las ecuaciones de estado permanente al par OD-DBO, como anteriormente:

$$E \frac{d^2 C_1}{dx^2} - u \frac{dC_1}{dx} - K_r C_1 = 0 \quad (\text{VI-10a})$$

$$E \frac{d^2 C_2}{dx^2} - u \frac{dC_2}{dx} + K_d C_1 - K_a C_2 = 0 \quad (\text{VI-10b})$$

donde C_1 es DBO y C_2 es déficit de oxígeno disuelto. Se hace notar, como ya ha sido explicado, la presencia de K_r y K_d . Las condiciones de borde serían (ver [VI-B]):

primero; para $x = \pm \infty$

$$D = C_2 = 0$$

y segundo; para $x = 0$

$$\left(\frac{dC_2}{dx} \right)_{x<0} = \left(\frac{dC_2}{dx} \right)_{x>0}$$

Entonces la solución es, sustituyendo C_1 en la ecuación VI-10b,

$$C_2 = \frac{W}{Qm_r} F \left[e^{j_r x} - G e^{j_a x} \right] \quad (\text{VI-11})$$

donde

$$F = \frac{K_d}{K_a - K_r}$$

$$G = \frac{m_r}{m_a}$$

Como en $x = 0$; $C_2 = C_{2,0}$; la ecuación VI-11 da

$$C_{2,0} = FL_0 [1 - G] \quad (\text{VI-12})$$

y el valor de G de la ecuación VI-12 sustituido en la ecuación VI-11 resulta en

$$C_2 = D = FL_0 \left[e^{j_r x} - e^{j_a x} \right] + D_0 e^{j_a x} \quad (\text{VI-13})$$

donde, para una carga puntual y $U \approx 0$:

$$j_r = \sqrt{\frac{K_r}{E}}$$

$$j_a = \sqrt{\frac{K_a}{E}}$$

Esta ecuación es idéntica a la similar para ríos, con la única diferencia de los exponentes que contienen ahora el coeficiente de dispersión.

DETERMINACION DE COEFICIENTES Y REACCIONES

Dispersión por trazadores

Si la ecuación general con coeficientes constantes

$$\frac{\partial C}{\partial t} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} - KC$$

puede aplicarse, consideremos una masa M que se descarga instantáneamente. El resultado podemos visualizarlo como lo indica la figura VI-7 donde la

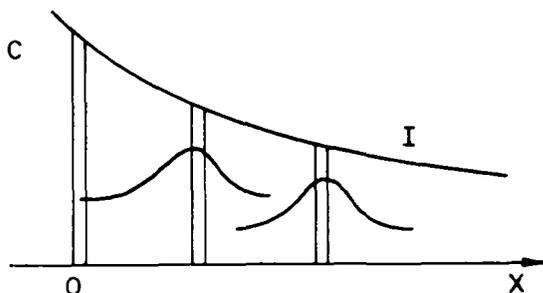


Figura VI-7

curva I es la reducción por advección; pero además tenemos los efectos de reacción y dispersión, cuando descargamos M en $x = 0$. Si para $x = \pm \infty$, $C = 0$, la ecuación general nos da el valor de C por integración:

$$C = \frac{M}{2A\sqrt{\pi Et}} e^{-\frac{(x-Ut)^2}{4Et} - Kt} \quad (\text{VI-14})$$

siendo A la sección transversal.

La fórmula VI-14 es la empleada en las determinaciones por trazadores como la rodamina B. En realidad es la solución para la función δ de Dirac:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) dt = 1$$

en el límite, aunque la masa M es descargada en un período finito de tiempo, si bien pequeño en frente al período de persistencia del colorante en el estuario. De la ecuación anterior, si $K = 0$ resulta tomando logaritmos:

$$\log_e C = -\frac{(x-Ut)^2}{4Et} + \log_e C_{\max} \quad (\text{VI-15})$$

donde

$$C_{\max} = \frac{M}{2A\sqrt{\pi Et}}$$

para $x = Ut$ resulta

$$C_{\max} = \frac{M}{2A\sqrt{\pi Et}} = C$$

Por lo tanto, C_{\max} (o sea las concentraciones pico del colorante) se pueden poner en función de $\frac{1}{\sqrt{t}}$ quedando la ecuación de la recta:

$$C_{\max} = \frac{M}{2A\sqrt{\pi E}} \times \frac{1}{\sqrt{t}}$$

haciendo

$$C_{\max} = y \quad z = \frac{1}{\sqrt{t}}$$

se puede trazar la recta

$$y = \frac{M}{2A\sqrt{\pi E}} z$$

con varios valores de Z y de y (ver figura VI-8). Entonces:

$$\frac{\Delta y}{\Delta z} = \frac{M}{2A\sqrt{\pi E}} \quad \therefore \quad E = \frac{1}{\pi} \left(\frac{M}{2A} \frac{\Delta z}{\Delta y} \right)^2$$

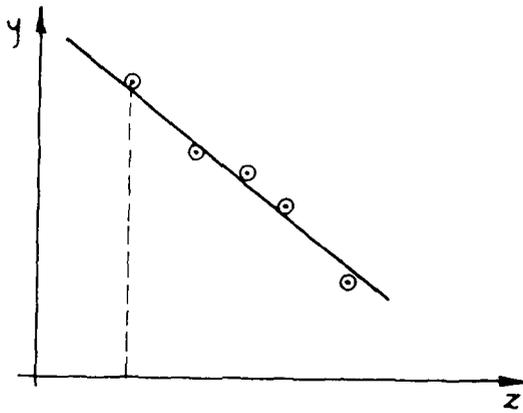


Figura VI-8

En razón de la ecuación VI-15 también podemos trazar la recta para cada par de valores x, t y hallar también E por la pendiente de la misma (como se indica en la figura VI-9) en diagrama semilogarítmico.

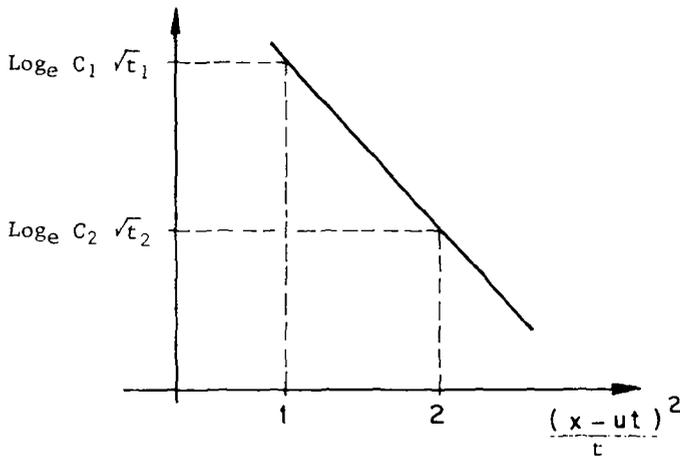


Figura VI-9

Entonces, siendo U la velocidad del agua dulce:

$$\log_e \frac{C_1 \sqrt{t_1}}{C_2 \sqrt{t_2}} = \left[\frac{(x_2 - Ut_2)^2}{t_2} - \frac{(x_1 - Ut_1)^2}{t_1} \right] \frac{1}{4E}$$

de donde se calcula E . Si el contaminante o el trazador fuera reactivo (degradable) y por tanto $K \neq 0$, es fácil ver que obtendríamos una recta paralela a la de la figura VI-9 pero el mismo valor de E .

La rodamina B viene en tambores diluida al 40% en ácido acético glacial. Su concentración se mide por fluorescencia en un fluorómetro Turner 111 o similar, aproximadamente a 570 m μ . Existe un efecto de temperatura, una reducción por efecto de luz solar y una adsorción en materia suspendida en el agua.

Según [VI-C] el efecto de temperatura puede calcularse por la ecuación

$$F = F_0 e^{nT}$$

donde F_0 es el valor a 0°C y $n = -0.027 [1/^\circ\text{C}]$.

Por su parte la fotoreducción obedece a un coeficiente de degradación de aproximadamente 0.15/día.

La adsorción se rige por una isoterma

$$\frac{x}{m} = kc^{1/b}$$

donde x es la masa del trazador adsorbido en la masa m del material adsorbente a la concentración de equilibrio c .

En la figura VI-10, con $b = 1$ se ven valores de k para diferentes concentraciones de cloruros y se ha indicado la recta $\log x/m$ en función de $\log C$.

Cuando se efectúa la descarga del colorante en realidad se van obteniendo elipsoides como lo muestra la figura VI-11. Las curvas de concentración a lo largo de cada eje nos dan idea de los coeficientes de dispersión E_x y E_y de acuerdo a: $\frac{(y-vt)^2}{4E_y t}$, $\frac{(x-ut)^2}{4E_x t}$ y conocer las dispersiones en ambas direcciones.

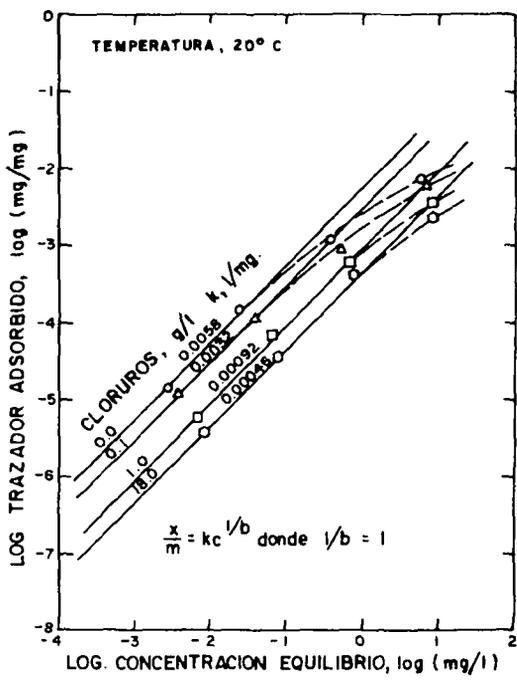


Figura VI-10

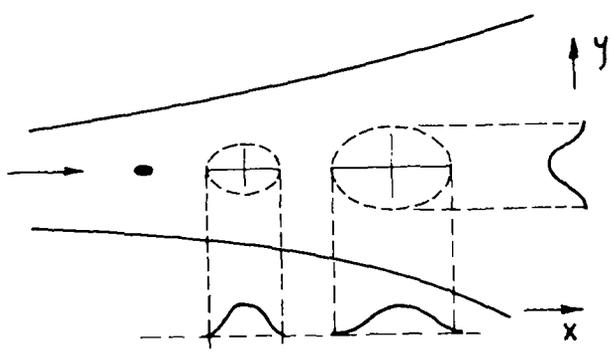


Figura VI-11

Como se asumen distribuciones simétricas de las manchas alrededor del punto

$$x = Ut$$

$$y = Vt$$

podemos poner la ecuación VI-14 así:

$$C = C_0 e^{-\left[\frac{(x')^2}{4Ex t} + \frac{(y')^2}{4Ey t}\right]}$$

donde C_0 es la máxima concentración en el punto de simetría y x' e y' son las distancias medidas desde ese punto.

De la ecuación VI-14, si A es el área de la elipse (cuyo borde es una línea de igual concentración):

$$2\pi t \sqrt{ExEy} \log_e \left(\frac{C_0}{C}\right)^2$$

Esas áreas A serán $\frac{\pi ab}{4}$ donde a y b son los ejes mayor y menor. Para cada línea de igual concentración se puede hallar Ex y Ey . Pero además $\frac{Ex}{Ey} = \frac{a^2}{b^2}$, por lo que los valores de Ex y Ey se pueden así encontrar.

Existe otro método que se basa en las separaciones de flotadores al cabo de cierto tiempo. Este método se usa para hallar el valor de α en la ecuación

$$E = \alpha L^{4/3}$$

donde L es el ancho del campo del dispersante o del efluente si se aplica a océanos. Pearson [VI-H] ha sugerido como primera aproximación el valor $\alpha = 0.01$ en unidades c.g.s.

Valores de reacciones

Es común efectuar ciertas relaciones de coeficientes las que permiten clasificar tipos de cursos de agua, incluyendo estuarios. Estas clasificaciones ayudan a identificar rangos de aplicación no sólo de esos coeficientes sino de las ecuaciones a emplear en diversas situaciones.

Se define como Número de Estuario N al valor:

$$N = \frac{K_d E}{U^2}$$

como se muestra en la ecuación VI-6.

Valores de N menores que 1 son prácticamente indicadores de ríos con poca influencia de mareas, mientras los mayores de 30 son típicos de estuarios profundos. La Razón de Asimilación se denomina ϕ y se define como:

$$\phi = \frac{K_a}{K_d}$$

Se recuerda que

$$K_a = \frac{K_L}{H}$$

donde K_L tiene dimensiones $\frac{L}{T}$ (generalmente en m/día) y H es la profundidad media en m. Para K_a se emplea la fórmula de O'Connor V-15 en donde U es ahora el promedio de las velocidades medias de marea bajante y subiente. ϕ y N no tienen dimensiones. Los cuadros que siguen permiten tener idea de los valores de diversos coeficientes reactivos.

Así el cuadro VI-1 da valores de K_L y K_a ; el cuadro VI-2 tabula valores de ϕ ; el cuadro VI-3 indica valores de N y finalmente el cuadro VI-4 permite clasificar ríos y estuarios sometidos a mareas, con la descripción correspondiente para su rango de aplicación [VI-D].

Cuadro VI-1
VALORES DE K_L Y K_a

Profundidad media de marea	Velocidades medias de marea					
	U = 0.3 m/s		0.3 ≤ U < 0.6 m/s		U = 0.6 m/s	
	K_L	K_a	K_L	K_a	K_L	K_a
< 3m	1.2	0.5	1.65	0.6	2.1	0.8
3 - 6m	0.9	0.2	1.35	0.3	1.8	0.4
6 - 9m	0.75	0.1	1.05	0.14	1.5	0.2
> 9m	0.6	0.06	0.75	0.08	1.2	0.12
(K_L en m/día K_a en día ⁻¹)						

Cuadro VI-2
RAZON DE ASIMILACION ϕ

Coeficiente de reaeración K_a (día ⁻¹)	Valores de K_d (día ⁻¹)			
	0.2	0.3	0.4	0.5
0.08	0.4	0.27	0.20	0.16
0.15	0.75	0.50	0.38	0.30
0.30	1.5	1.0	0.75	0.60
0.60	3.0	2.0	1.5	1.2

Cuadro VI-3
NUMERO DE ESTUARIO N
(Para $K_d = 0.3$)

Dispersión (km ² /día)	Velocidad advectiva en km/día			
	0.75	1.5	3.0	6.0
5	2.66	0.67	0.17	0.04
12.5	6.67	1.67	0.42	0.10
25	13.33	3.34	0.84	0.20
50	26.67	6.67	1.67	0.40

Cuadro VI-4
CLASIFICACION DE RIOS DE MAREA Y ESTUARIOS

Descripción	Razón de asimilación ϕ		Número de estuario N	
	Promedio	Rango	Promedio	Rango
Canal principal, profundo y ancho, vecino a la boca.	0.3	0.1-0.5	15	5 -30
Canal de navegación moderado, aguas arriba de boca; tributarios grandes, salinos.	0.5	0.2-1.0	5	2 -10
Tributarios salinos o no salinos (con mareas) y navegación aguas arriba.	1.0	0.5-2.0	2	0.5- 5
Tributarios con mareas bajos y no salinos.	2.0	1.0-3.0	1	0.2- 2

REAERACION SOBRE VERTEDEROS DE PRESAS

Dos son las fórmulas corrientemente usadas para calcular el incremento de oxígeno en la reaeración sobre vertederos de presas [VI-E] y [VI-F].

La llamada fórmula británica es:

$$D_a - D_b = \left(1 - \frac{1}{1+0.36 ab(1+0.046T)H} \right) D_a \quad (VI-16)$$

donde

$$D_a = C_s - C_a$$

$$D_b = C_s - C_b$$

- C_a - concentración de OD aguas arriba de la presa, mg/l
- C_b - concentración de OD aguas abajo de la presa, mg/l
- C_s - concentración de OD de saturación, mg/l
- T - temperatura, °C
- H - altura a través de la cual cae el agua, m

$$\begin{array}{l}
 a \left\{ \begin{array}{l} = 1.25 \text{ en agua clara poco poluida.} \\ = 1.00 \text{ en agua poluida.} \\ = 0.80 \text{ en efluentes de alcantarillados.} \end{array} \right. \\
 b \left\{ \begin{array}{l} = 1.00 \text{ en vertedero de caída libre.} \\ = 1.30 \text{ en vertederos con escalones.} \end{array} \right.
 \end{array}$$

La ecuación de Mastropietro es la otra fórmula:

$$\frac{C_b}{C_s} = (1 - 0.12 H) \frac{C_a}{C_s} + 0.12 H \quad (\text{VI-17})$$

Esta fórmula vale para caídas hasta 4.50 m. Para evaluar el déficit inducido por una carga en un tramo donde se encuentra la presa se puede aplicar la conocida ecuación V-14-II que aquí se repite:

$$D = \frac{K_d L_0}{K_a - K_d} \left(e^{-\frac{K_d x}{U}} - e^{-\frac{K_a x}{U}} \right) \quad (\text{VI-18})$$

Esto es el déficit hasta la presa. Allí $x = x_p$ y como la demanda es:

$$L = L_0 e^{-\frac{K_d x}{U}}$$

Lo que queda es análogo a una carga en la presa. Aplicando la ecuación VI-18 en $x = x_p$ y la VI-17 se ve que:

$$D = \frac{K_d L}{K_a - K_d} \left(e^{-\frac{K_d}{U}(x-x_p)} - e^{-\frac{K_a}{U}(x-x_p)} \right) + D_b e^{-\frac{K_a}{U}(x-x_p)}$$

o sea

$$D = \frac{K_d L_0}{K_a - K_d} \left(e^{-\frac{K_d x}{U}} - e^{-\frac{K_a x}{U}} \right) - (D_a - D_b) e^{-\frac{K_a (x-x_p)}{U}}$$

que es el resultado buscado.

METODO DE SEGMENTOS FINITOS

R.V. Thomann [I-A] desarrolló este método de estudio de estuarios el cual ha significado un gran avance en la materia. Lo aplicó por primera vez en el río Delaware y su estuario, constituyéndose en una herramienta insustituible a partir de entonces. Veamos en primer lugar el caso unidimensional.

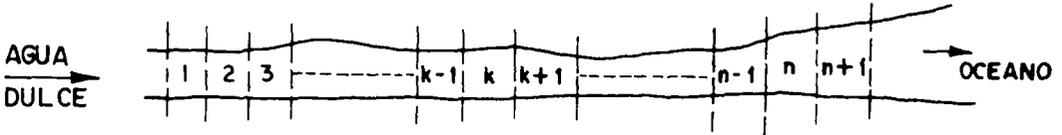


Figura VI-12

Tomando otra vez la ecuación IV-1 para el segmento k en un ciclo de mareas

$$\frac{\partial C}{\partial t} = - \frac{1}{A} \frac{\partial(QC)}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial C}{\partial x} \right) - KC + W' \quad (VI-19)$$

donde W' es la carga $\left(\frac{M}{Vol} \frac{1}{T} \right)$ en el segmento, podemos analizar cada elemento de la misma. Como

$$\left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_k \cong - \frac{C_{k-1} - C_k}{\Delta x}$$

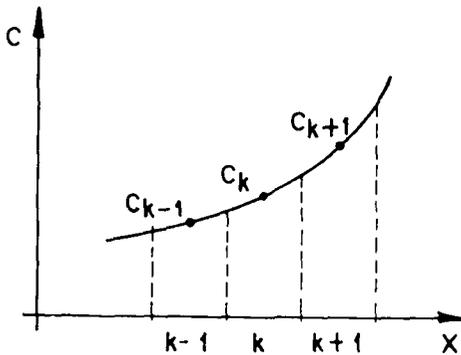


Figura VI-13

si asumimos valores en las caras anterior y posterior del segmento k y adoptamos valores como fracciones de las concentraciones en cada segmento adyacente:

$$C_{k,k+1} = \alpha_{k,k+1} C_k + \beta_{k,k+1} C_{k+1}$$

$$C_{k-1,k} = \alpha_{k-1,k} C_{k-1} + \beta_{k-1,k} C_k$$

lo que daría por sustitución:

$$\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)_k = \frac{\beta_{k,k+1} C_{k+1} + (\alpha_{k,k+1} - \beta_{k-1,k}) C_k - \alpha_{k-1,k} C_{k-1}}{\Delta x}$$

entonces

$$-\frac{1}{A} \frac{\partial QC}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \left[\alpha_{k-1,k} \frac{Q}{A} C_{k-1} + \beta_{k-1,k} \frac{Q}{A} C_k - \alpha_{k,k+1} \frac{Q}{A} C_k - \beta_{k,k+1} \frac{Q}{A} C_{k+1} \right]$$

o sea

$$-\frac{1}{A} \frac{\partial QC}{\partial x} = \frac{1}{A \Delta x} \left[Q_{k-1,k} (\alpha_{k-1,k} C_{k-1} + \beta_{k-1,k} C_k) - Q_{k,k+1} (\alpha_{k,k+1} C_k + \beta_{k,k+1} C_{k+1}) \right] \quad (\text{VI-20})$$

Veamos ahora el término dispersivo:

$$\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\right)_k = \left[\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)_{k+1} - \left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)_k \right] \frac{1}{\Delta x}$$

Sustituyendo por la expresión anterior y aproximando con $\alpha = 1$, $\beta = 0$ resulta:

$$\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\right)_k = \frac{1}{(\Delta x)^2} \left[(C_{k+1} - C_k) + (C_k - C_{k-1}) \right]$$

De consiguiente:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left[EA \frac{\partial C}{\partial x} \right]_k \cong \frac{1}{A} \frac{1}{\Delta x} \left[\left(\frac{EA}{\Delta x} \right)_{k-1,k} (C_{k-1} - C_k) + \left(\frac{EA}{\Delta x} \right)_{k,k+1} (C_{k+1} - C_k) \right] \quad (\text{VI-21})$$

Sustituyendo las ecuaciones VI-20 y VI-21 en la ecuación VI-19; y asumiendo estado permanente:

$$\begin{aligned} 0 = & \left(\frac{EA}{\Delta x} \right)_{k-1,k} (C_{k-1} - C_k) + \left(\frac{EA}{\Delta x} \right)_{k,k+1} (C_{k+1} - C_k) + \\ & + Q_{k-1,k} (\alpha_{k-1,k} C_{k-1} + \beta_{k-1,k} C_k) + \\ & - Q_{k,k+1} (\alpha_{k,k+1} C_k + \beta_{k,k+1} C_{k+1}) + \\ & - (K_k C_k - W'_k) A \Delta x \end{aligned}$$

Agrupando los términos en C_{k-1} , C_k y C_{k+1} :

$$\begin{aligned} & (- Q_{k-1,k} \alpha_{k-1,k} - E'_{k-1,k}) C_{k-1} + \\ & + (Q_{k,k+1} \alpha_{k,k+1} - Q_{k-1,k} \beta_{k-1,k} + E'_{k-1,k} + E'_{k,k+1} + V_k K_k) C_k + \\ & + (Q_{k,k+1} \beta_{k,k+1} - E'_{k,k+1}) C_{k+1} = W_k \quad (\text{VI-22}) \end{aligned}$$

donde

$$W_k = A \Delta x W'_k = V_k W''_k$$

$$E'_{ij} = \frac{E_{ij} A_{ij}}{(\Delta x)_{ij}}$$

haciendo ahora

$$a_{k,k-1} = -Q_{k-1,k} \alpha_{k-1,k} - E'_{k-1,k}$$

$$a_{k,k} = Q_{k,k+1} \alpha_{k,k+1} - Q_{k-1,k} \beta_{k-1,k} + E'_{k-1,k} + E'_{k,k+1} + V_k K_k$$

$$a_{k,k+1} = Q_{k,k+1} \beta_{k,k+1} - E'_{k,k+1}$$

resulta que la ecuación VI-22 se convierte en:

$$a_{k,k-1} C_{k-1} + a_{k,k} C_k + a_{k,k+1} C_{k+1} = W_k \quad (\text{VI-23})$$

que es la ecuación general del segmento k.

Las dimensiones de los a son $\left[\frac{L^3}{T}\right]$. Veamos cuáles son las expresiones en el primero y último segmento:

Primer segmento:

$$a_{1,0} C_0 + a_{11} C_1 + a_{12} C_2 = W_1$$

y como

$$a_{1,0} = -Q_{0,1} \alpha_{0,1} - E'_{0,1}$$

es una expresión con valores conocidos los colocamos en el segundo miembro y queda:

$$a_{11} C_1 + a_{12} C_2 = W_1 + (Q_{0,1} \alpha_{0,1} + E'_{0,1}) C_0 = W_1'$$

En la misma forma en el último segmento:

$$a_{n-1,n} C_{n-1} + a_{n,n} C_n = W_n + (-Q_{n,n+1} B_{n,n+1} + E'_{n,n+1}) C_{n+1} = W_n''$$

siendo $n + 1$ el subíndice que denota los valores de las variables y parámetros más allá del borde aguas abajo.

El conjunto completo de ecuaciones del sistema será:

$$a_{11} C_1 + a_{12} C_2 + 0 + 0 + 0 + 0 = W_1''$$

$$a_{21} C_1 + a_{22} C_2 + a_{23} C_3 + 0 + 0 = W_2$$

$$0 + a_{32} C_2 + a_{33} C_3 + a_{34} C_4 + 0 = W_3$$

.

.

.

.

$$0 + 0 + 0 + 0 + a_{n,n-1} C_{n-1} + a_{n,n} C_n = W_n''$$

Este es un sistema de n ecuaciones con n incógnitas.

Poniéndolas en forma matricial, tenemos:

$$\begin{bmatrix}
 a_{11} & a_{12} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & \dots & \dots & 0 \\
 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 & \dots & 0 \\
 \cdot & & & & & & \\
 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n,n-1} & a_{n,n} & \\
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 C_1 \\
 C_2 \\
 C_3 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 C_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 W_1'' \\
 W_2 \\
 W_3 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 W_n''
 \end{bmatrix}$$

o sea

$$\boxed{A} (C) = (W) \tag{VI-25}$$

e invirtiendo \boxed{A} resulta

$$(C) = \boxed{A}^{-1} (W) \tag{VI-26}$$

Las dimensiones de \boxed{A}^{-1} son $\frac{T}{L^3}$ o bien $\frac{M/L^3}{M/T}$. Si en la columna W se hacen todas iguales a cero excepto una $W_i = 1$, eso significa que cada elemento de la matriz \boxed{A}^{-1} es la respuesta a la carga unitaria en la sección o segmento i . O sea que para hallar la respuesta en el segmento j de la carga unitaria en segmento i basta ver el valor del elemento j_i de la matriz \boxed{A}^{-1} .

La matriz \boxed{A} es una matriz tridiagonal, con una diagonal principal y otras dos paralelas, una encima y otra abajo. Hay algoritmos como el Gauss-Seidel que permiten computación rápida de la inversa \boxed{A}^{-1} .

Lo anterior puede extenderse al caso de sistemas acoplados como son DBO y déficit de oxígeno, ciclos del nitrógeno, etc.

En este caso (por ejemplo en DBO-DO) con reacciones K_r , K_d y K_a como anteriormente definidas, resultaría que si $C \equiv$ DBO y $b \equiv$ DO, la ecuación para C sería idéntica a la VI-26. Para b tendríamos:

$$\begin{aligned}
 0 &= E'_{k-1,k} (b_{k-1} - b_k) + E'_{k,k+1} (b_{k+1} - b_k) + \\
 &+ Q_{k-1,k} (\alpha_{k-1,k} b_{k-1} + \beta_{k-1,k} b_k) + \\
 &- Q_{k,k+1} (\alpha_{k,k+1} b_k + \beta_{k,k+1} b_{k+1}) +
 \end{aligned}$$

$$- V_k K_{ka} b_k + V_k K_{kd} C_k + W_{b,k}$$

donde K_{ka} es reaeración en segmento k y K_{kd} reacción de desoxigenación en segmento k ; $W_{b,k}$ carga o fuente de oxígeno disuelto en segmento k . Agrupando términos:

$$[B] (b) = [V_k K_{kd}] (C) + (W_b) \quad (VI-27)$$

en donde:

- $[B]$ es una matriz similar a $[A]$ excepto que los términos diagonales contienen la expresión $V_k K_{ka}$ en lugar de $V_k K_{kr}$.
- $[V_k K_{kd}]$ es una matriz $n \times n$, pues es el término agregado al segundo miembro.

La solución es, por lo tanto:

$$(b) = [B]^{-1} [V_k K_{kd}] (C) + [B]^{-1} (W_b) \quad (VI-28)$$

o bien sustituyendo (C) por su valor en la ecuación VI-26:

$$(b) = [B]^{-1} [V_k K_{kd}] [A]^{-1} (W_c) + [B]^{-1} (W_b) \quad (VI-29)$$

A la expresión $[B]^{-1} [V_k K_{kd}] [A]^{-1}$ se le llama $[C]^{-1}$ y es la matriz de respuesta total, cuyas dimensiones son, por ejemplo,

$$\frac{\text{mg/litros}}{\text{kg/día}}$$

o sea concentración de déficit debido a la carga en kg/día de DBO.

Extendiendo ahora al caso multidimensional debemos considerar la figura VI-14.

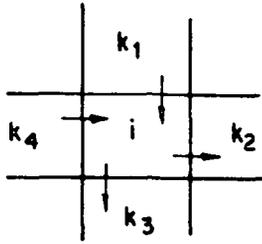


Figura VI-14

Se ve un elemento de una malla bidimensional. Si el flujo que entra en un segmento es negativo y el que sale positivo, la ecuación de conservación de masa en el segmento i será:

$$\begin{aligned}
 V_i \frac{\partial C_i}{\partial t} &= 0 = -Q_{k4,i} (\alpha_{k4,i} C_{k4} + \beta_{k4,i} C_i) \\
 &+ Q_{i,k2} (\alpha_{i,k2} C_i + \beta_{i,k2} C_{k2}) + \\
 &- Q_{k1,i} (\alpha_{k1,i} C_{k1} + \beta_{k1,i} C_i) + \\
 &+ Q_{i,k3} (\alpha_{i,k3} C_i + \beta_{i,k3} C_{k3}) + \\
 &+ E'_{k4,i} (C_{k4} - C_i) + E'_{k2,i} (C_{k2} - C_i) + E'_{k1,i} (C_{k1} - C_i) + \\
 &+ E'_{k3,i} (C_{k3} - C_i) - V_i K_i C_i + W_i
 \end{aligned} \tag{VI-30}$$

Por definición, $\alpha_{i,j} = 1 - \beta_{ij}$ y además $Q_{ij} = -Q_{ji}$.

Agrupando los coeficientes de las variables y usando las expresiones anteriores podemos expresar:

$$(Q_{ik4} \alpha_{ik4} + Q_{ik2} \alpha_{ik2} + Q_{ik1} \alpha_{ik1} + Q_{ik3} \alpha_{ik3}) +$$

$$- (E'_{k4,i} + E'_{k3,i} + E'_{k2,i} + E'_{k1,i}) - V_i K_i$$

como el coeficiente de C_i . También los coeficientes de las C_{kj} serán:

$$Q_{i,kj} \beta_{i,kj} + E'_{kj,i} = Q_{i,kj} \beta_{i,kj} - E'_{i,kj}$$

Por lo tanto, con la misma notación anterior:

$$a_{ii} = \sum_j (Q_{i,kj} \alpha_{i,kj} + E'_{i,kj}) + V_i K_i$$

$$a_{i,kj} = Q_{i,kj} \beta_{i,kj} + E'_{i,kj}$$

De modo que podemos escribir en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ W_n \end{bmatrix}$$

o bien

$$[A] [C] = (W) \quad (\text{VI-31})$$

y extenderlo al caso de sistemas acoplados como en el caso unidimensional.

Estabilidad y dispersión numérica

El método de Thomann o de los segmentos finitos tiene implícito ciertas suposiciones, una de las cuales es que las soluciones deben mostrar valores positivos de los parámetros.

Para satisfacer esta condición, recordemos la ecuación VI-25 y la matriz \overline{A} . Se puede demostrar que para que ello suceda, todos los elementos de la matriz que no estén en la diagonal principal deben ser negativos.

Entonces, como los $a_{k,k-1}$ son < 0 resulta que sólo se debe cuidar de los

$$a_{k,k+1} = Q_{k,k+1} \beta_{k,k+1} - E'_{k,k+1}$$

por tanto

$$Q\beta - E' < 0$$

y como

$$\beta = 1 - \alpha$$

resulta, siendo $U = Q/A$:

$$\alpha > 1 - \frac{E'}{Q} = 1 - \frac{EA}{(\Delta x)Q} = 1 - \frac{E}{U\Delta x} \quad (\text{VI-32})$$

es la condición que debe ser satisfecha.

Hay dos cursos de acción para ello:

- (a) Elegir Δx y satisfacer $\alpha > 1 - \frac{E}{U\Delta x}$
- (b) Elegir α y satisfacer $\Delta x < \frac{E}{U(1-\alpha)}$

Para el caso de tomar $\alpha = 0.5$ (que es la llamada suposición de diferencia central) entonces el curso de acción (b) nos dice que

$$\Delta x < \frac{2E}{U}$$

pero si se elige la suposición $\alpha = 1$ (diferencia retrógrada), entonces cualquier valor de Δx cumplirá la condición. Nótese que lo anterior vale también para el caso multidimensional.

Lo que precede es la condición de estabilidad y como se ve es importante para elegir las dimensiones de la malla Δx .

Parecería lógico elegir la suposición $\alpha = 1$ y así no habría problema. Pero en realidad lo que pasa es que existe otra restricción derivada de lo que se llama dispersión numérica. Esto es, en suma, una corrección que debería efectuarse a la dispersión E al ser introducida la segmentación y la aproximación consiguiente.

Sin demostrarlo rigurosamente, se puede ver su forma desarrollando la expresión anterior por Taylor:

$$C_i = C_{i-1} + \Delta x \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_0 + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right)_0 + \dots$$

donde 0 es el valor inicial. De ello puede derivarse, multiplicando por u:

$$-u \frac{C_i - C_{i-1}}{\Delta x} = -u \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{u \Delta x}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

y se ve que al sustituir $\frac{C_i - C_{i-1}}{\Delta x}$ se está introduciendo un error en el coeficiente de $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$. Ese error es $\frac{u \Delta x}{2}$ aproximadamente. En general, puede demostrarse que el error de dispersión es:

$$E_{\text{num}} = u \Delta x \left(\alpha - \frac{1}{2} \right) \quad (\text{VI-33}) \quad (\text{Ver también el Anexo I})$$

Se ve aquí que cuando $\alpha = 1$ no habrá problema de estabilidad, pero la dispersión numérica será máxima. En cambio si $\alpha = 1/2$ no habrá dispersión numérica, pero la estabilidad no está garantizada.

En muchos casos se toma

$$\alpha = 1 - \frac{E'}{2Q} \quad (\text{VI-34})$$

para ver la importancia de E_{num} . Supongamos que tenemos $E_r = 1 \frac{\text{km}^2}{\text{día}}$ como valor real y que queremos que el error E_{num} sea 10% de E_r . Entonces:

$$E_{\text{num}} = 0.1 \frac{\text{km}^2}{\text{día}} = u \Delta x \left(\alpha - \frac{1}{2} \right)$$

Para $\alpha = 1$.

$$\Delta x = \frac{2 \times 0.1}{u}$$

Si

$$u = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 17.28 \frac{\text{km}}{\text{día}}$$

entonces $\Delta x = 11.57$ m. En un estuario o bahía de sólo 5 km esto nos dice que necesitaría más de 400 segmentos.

Las restricciones de estos desarrollos en segmentos finitos se extienden al caso que exista una variación en el tiempo, lo que significa que no sea estado permanente.

Al igual que antes, el término $a_{k,k}$ será como en la ecuación VI-23:

$$a_{k,k} = Q_{k,k+1} \alpha_{k,k+1} - Q_{k-1,k} \beta_{k-1,k} + E'_{k-1,k} + E'_{k,k+1} + V_k K_k$$

Pero ahora la ecuación general es la VI-19. Para ponerla en diferencias se puede escribir:

$$C_i^S = C_i^P + \left[\dots \right] \frac{\Delta t}{A \Delta x}$$

donde C_i^P es la primera concentración y C_i^S la segunda concentración en el segmento i después de transcurrido Δt . El paréntesis $[\dots]$ es en realidad la ecuación VI-23. Puede otra vez demostrarse que los términos de la diagonal principal deben ser positivos para que lo sea la solución y entonces; multiplicando por Δt y dividiendo por $A \Delta x$, queda (términos diagonales principales):

$$\left(- a_{kL} \frac{\Delta t}{A \Delta x} + 1 \right) C_i^P$$

o sea que

$$1 - \frac{Q \alpha \Delta t}{A \Delta x} - \frac{Q \beta}{A \Delta x} \Delta t - 2 \frac{EA}{A \Delta x^2} \Delta t - \frac{K A \Delta x \Delta t}{A \Delta x} > 0$$

$$1 + \frac{u \Delta t}{\Delta x} (\beta - \alpha) - 2 \frac{E \Delta t}{\Delta x^2} - K \Delta t > 0 \quad (\text{VI-35})$$

La ecuación VI-35 es la condición en el estado no permanente. Varias simplificaciones son posibles.

$$\text{Para } \alpha = \beta = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2E \Delta t}{\Delta x^2} + K \Delta t < 1$$

y para sustancias conservativas ($K = 0$):

$$\frac{2E \Delta t}{\Delta x^2} < 1$$

o sea

$$\frac{\Delta t}{\Delta x^2} < \frac{1}{2E}$$

De modo que además de los criterios de estabilidad y dispersión numérica, en estado no permanente es necesario verificar el intervalo de tiempo, en la aproximación por segmentos finitos.

Programa de computación

Las ecuaciones VI-26 y VI-28 que aquí se repiten:

$$(C) = [A]^{-1} (W) \quad (\text{VI-26})$$

$$[b] = [B]^{-1} [V_k K_k] (C) + [B]^{-1} (W_b) \quad (\text{VI-28})$$

son las bases del programa. Un programa de este tipo llamado HARO ha sido desarrollado [VI-G] usando un enfoque modular. El algoritmo toma ventaja de que la única diferencia entre las matrices [A] y [B] es que sus diagonales contienen términos de reacción diferentes. Si se formula una matriz, llamada [AB], que excluya los términos reactivos, la [AB] puede ser transformada en [A] o en [B] solamente mediante el agregado del término reactivo apropiado a su diagonal. Una representación simple de los pasos mayores en el programa HARO se presentan esquemáticamente en la figura VI-14. Debe hacerse notar que al construir la matriz [AB] cada segmento es considerado individualmente con cada una de sus interfaces tratada una vez en cada paso.

Veamos con cierto detalle el PASO 2 del cuadro VI-5 (página siguiente). En cada interfaz

$$E'_{ij} = \frac{E_{ij} A_{ij}}{\frac{l_i + l_j}{2}}$$

Para segmentos de longitud desigual se calculan α_{ij} y α_{ji} de este modo:

- Para flujo a través de la interfaz entrando al segmento ($Q < 0$)

$$\alpha_{ji} = \frac{l_i}{l_i + l_j}$$

- Para flujo a través de la interfaz saliendo del segmento

$$\alpha_{ij} = \frac{l_j}{l_i + l_j}$$

Se prueba ahora el criterio de estabilidad y si no se cumple se hace un ajuste. El ensayo es el siguiente:

Si

$$\alpha > 1 - \frac{E'}{Q}$$

no se altera.

CUADRO VI-5

COMIENZO

↓

PASO 1

- Lee datos que son aplicables al sistema como un todo (o sea datos hidrodinámicos, físicos, etc.).

↓

PASO 2

- Construye la matriz $[AB]$.

↓

PASO 3

- Lee datos aplicables al constituyente específico que se está modelando (o sea datos de tasas, cargas, bordes o fronteras).

↓

PASO 4

- Construye las funciones W (o W'').

↓

PASO 5

- Construye la matriz del constituyente específico.

↓

PASO 6

- Calcula la concentración del constituyente invirtiendo la matriz anterior y multiplicándola por la (W o (W'') correspondiente.

←

Desarrollando los elementos, tenemos para el segmento i:

Con $Q < 0$ (entrando):

$$W_i'' = W_i + (E'_{ii} - Q_{ii} \alpha_{ii}) C_b$$

Para el borde de salida; como se ve en la figura VI-16:

$$W_i'' = W_i + (E'_{ii} - Q_{ii} \beta_{ii}) C_b$$

En todos los casos α_{ii} o β_{ii} se asumen inicialmente iguales a 0.5 y se ensaya de acuerdo al criterio de estabilidad, recalculando α (y β) de acuerdo a lo ya visto en el paso anterior.

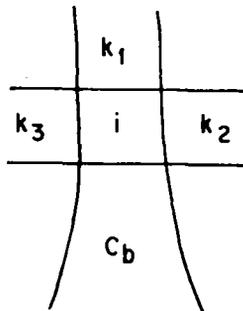
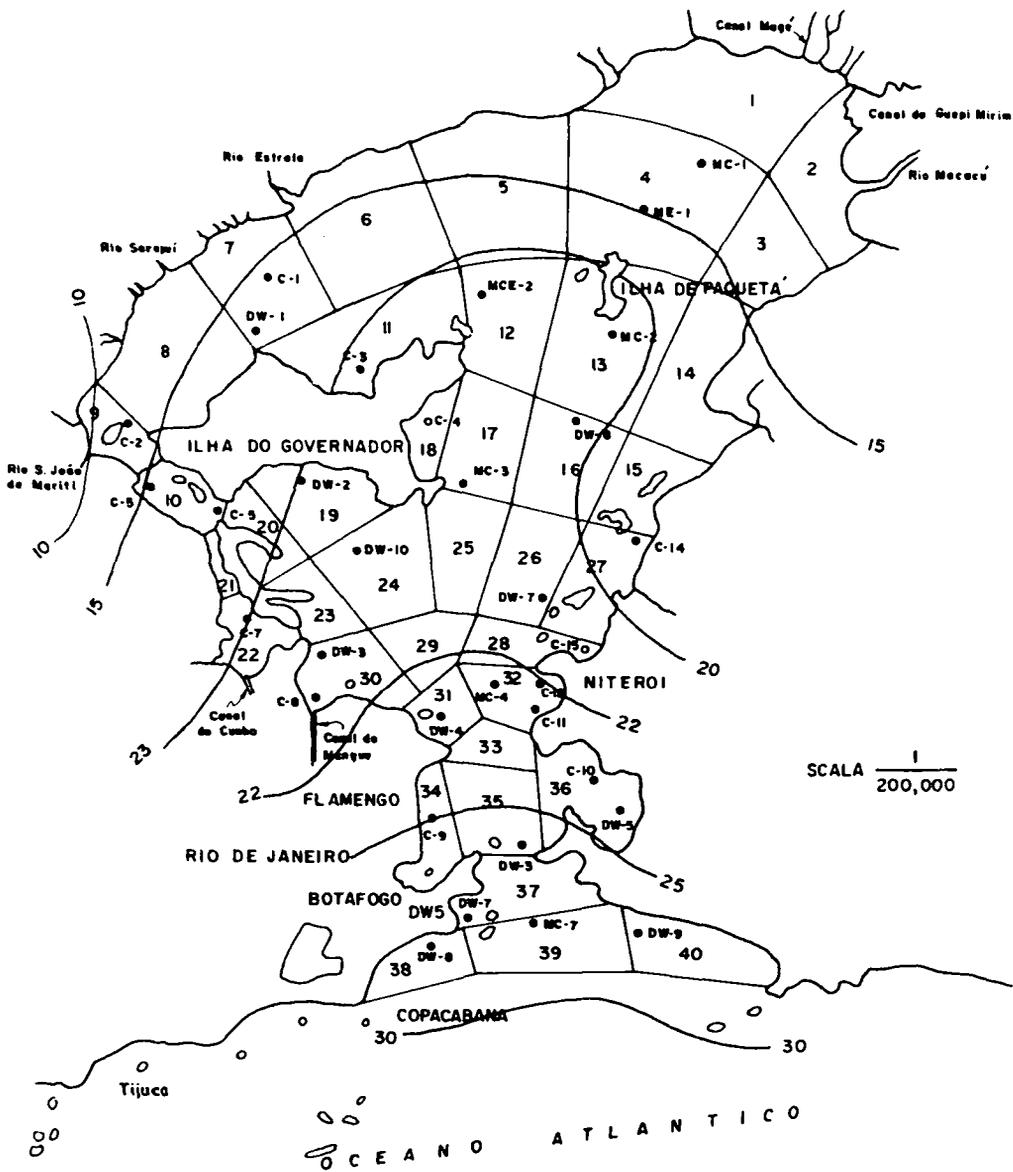


Figura VI-16

Un ejemplo de estudio

En la bahía de Guanabara, Río de Janeiro, Brasil, la Organización Panamericana de la Salud, como agencia ejecutiva de un programa de control de polución del Programa de Naciones Unidas para el Desarrollo ha estado estudiando los modelos de calidad de aguas, conjuntamente con técnicos locales, especialmente con el Instituto de Engenharia Sanitaria de Guanabara (ahora FEEMA - Fundação Estadual de Engenharia do Meio Ambiente). En la figura VI-17 (página siguiente) se observan los segmentos en que ha sido dividida la bahía y las estaciones de muestreo que la previsión de los técnicos brasileños había afortunadamente establecido años atrás.



BAHIA DE GUANABARA
SEGMENTOS DEL MODELO
ESTACIONES DE MUESTREO
CURVAS DE CLORUROS (miles ppm)

Figura VI-17

En la misma figura se observan los valores de cloruros, que sirvieron de base para calibrar el modelo de salinidad (valores de cloruros en miles de ppm).

Los modelos estudiados fueron:

- (a) salinidad
- (b) bacteria
- (c) oxígeno disuelto

Se hace notar que las curvas de cloruros que se muestran corresponden a la estación de lluvias. Además de ello se verificó el modelo de salinidad para promedios. Es importante llamar la atención del lector en el hecho de que iniciar los modelos por el de salinidad hace que las ecuaciones se simplifiquen, ya que las K_i de las expresiones de los elementos de la matriz $[A]$ son cero (ver ecuación VI-31).

Por tanto, cuando el modelo de salinidad está calibrado y verificado, las E son adecuadas para los demás modelos y sólo hay que jugar con las K correspondientes.

Debe ponerse de manifiesto que los valores de la solución del modelo deben coincidir con las curvas si la elección de las E es adecuada; así se confirma la validez de las suposiciones o cálculos o pruebas de esas E (calibración y validación).

Ello supone, frecuentemente, muchos tanteos y pruebas, inclusive determinaciones de laboratorio y de campo.

VII

LAGOS Y EMBALSES

Las escalas de espacio y tiempo que se aplican a los modelos de lagos y embalses pueden ser de amplio espectro. Ello es la consecuencia de regímenes hidráulicos asociados con morfología y climatología cuyos efectos se deben analizar en función del problema que interesa estudiar.

Para aclarar estos conceptos se debe pensar por ejemplo en lagos o embalses de magnitud considerable como el lago Maracaibo o el embalse del río Negro en Uruguay. Si lo que se busca es averiguar el crecimiento de la salinización a largo plazo, la propia escala espacial indica que la probable unidad de tiempo es el año. Dentro de un año cualquiera puede haber variaciones en cada lago de esa magnitud que pueden ser importantes para conocer el cambio en ciertos parámetros. Pero respecto a salinidad quizás las variaciones dentro del año sean pequeñas frente al incremento en concentración en décadas futuras.

Es más aún. En el caso de ciertos parámetros afectados por complejas reacciones químicas y biológicas puede ser que nunca se alcance el estado permanente o de equilibrio. Entonces hay que analizarlo por la ecuación general como base, o sea aquella en que no puede anularse la variación del contaminante respecto al tiempo:

$$\frac{\partial C}{\partial t} \neq 0$$

Pero el promedio de la escala de tiempo menor puede servir de base para el valor a tomar de C para la escala inmediata. Así promedios semanales pueden ser apropiados como insumo para el análisis estacional o anual.

ESTADO PERMANENTE

Distribución horizontal

Consideraremos en primer lugar los casos en que la mezcla vertical del contaminante procedente de una fuente o carga es uniforme. Por tanto, esto se reduce a un problema en dos dimensiones. Supongamos además que el problema es tal que se puede vaticinar un estado permanente, como sería el caso de un río que llega a un lago en una determinada estación del año con características iguales día tras día.

Sean x e y las coordenadas, tal como se indica en la figura VII-1.

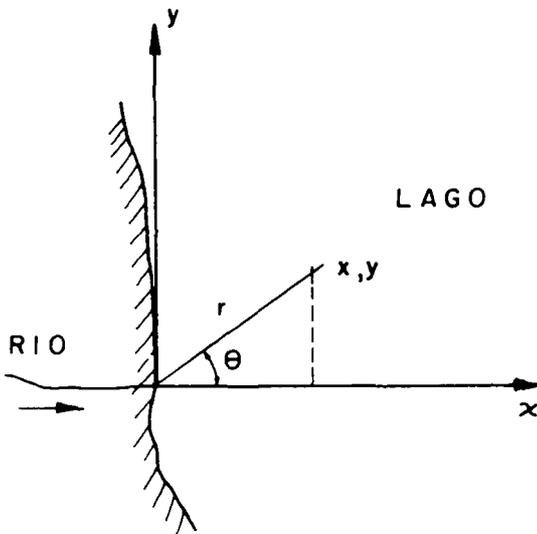


Figura VII-1

Asumiendo que la dispersión es igual en el sentido transversal o longitudinal (ejes x e y) y que la degradación o reacción es de primer orden, la ecuación de estado permanente en dos dimensiones:

$$E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - KC = 0 \quad (\text{VII-1})$$

se transforma en:

$$E \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) - KC = 0 \quad (\text{VII-2})$$

Se ha supuesto como se ve que el término advectivo es despreciable. Ello es apropiado cuando no hay corrientes inducidas por vientos u otras causas.

Cambiando a coordenadas polares, como se ve en la figura VII-1, lo cual se logra teniendo en cuenta que:

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} \qquad \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{y}{r^2} \qquad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{x}{r^2}$$

resulta:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2} - \frac{K}{E} C = 0 \quad (\text{VII-3})$$

Si C es constante para un r dado, como entonces $\frac{\partial C}{\partial \theta}$ y $\frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2}$ son nulos, resulta finalmente

$$\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} - \frac{K}{E} C = 0 \quad (\text{VII-4})$$

La ecuación VII-4 no es aplicable muy cerca de la ribera donde hay perturbaciones por reflexión y otras fuentes de polución, pero puede aplicarse a un sector de 45° a cada lado del eje x.

La ecuación VII-4 es una ecuación de Bessel de orden cero. Su solución es:

$$C = \alpha B_0 \left[\sqrt{\frac{Kr^2}{E}} \right] + \beta N_0 \left[\sqrt{\frac{Kr^2}{E}} \right] \quad (\text{VII-5})$$

donde α y β son constantes, B_0 y N_0 funciones modificadas de Bessel de primera y segunda clase.

Si las condiciones de borde son

$$C = 0 \quad \text{para} \quad r = \infty$$

$$C = C_0 \quad \text{para} \quad r = r_0$$

la ecuación queda:

$$C = \frac{C_0}{M} N_0 \left\{ \sqrt{\frac{K_r^2}{E}} \right\} \quad (\text{VII-6})$$

donde

$$M = N_0 \left\{ \sqrt{\frac{K_{r_0}^2}{E}} \right\} \quad (\text{ver Anexo 1})$$

Cuando el viento es significativo se debe considerar el transporte advectivo. Para simplificar la ecuación se asume que la dispersión es despreciable a lo largo del eje x a causa de la convección en esta dirección. Resulta así que la ecuación que gobierna el fenómeno es:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(E_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) - U \frac{\partial C}{\partial x} - KC = 0 \quad (\text{VII-7})$$

Si el coeficiente de difusión es constante (lo que en realidad no es cierto pues varía con la potencia 4/3 de la escala como se vio en el capítulo VI) resulta que la ecuación VII-7 se integra a:

$$C = C_0 e^{-\frac{Kx}{U}} \operatorname{erf} \sqrt{\frac{Uw^2}{16E_y x}} \quad (\text{VII-8})$$

a lo largo del eje x . Aquí el valor w es el ancho de la salida del río y el viento produce una corriente a lo largo del eje x .

El valor de la corriente inducida es generalmente una fracción menor al 5% del valor de la velocidad del viento, en muchos casos no mayor al 3% de ese valor. Como se sabe erf es la función error del argumento indicado:

$$\text{erf } X = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^X e^{-v^2} dv \quad (\text{VII-9})$$

En un sistema de unidades consistentes, por ejemplo:

w, x	en	m
E	en	m ² /día
U	en	m/día

resultan los siguientes valores:

Cuadro VII-1
VALORES DE LA FUNCION erf \sqrt{X}

Función erf $\sqrt{\frac{Uw^2}{16Eyx}}$	$\frac{Uw^2}{16Eyx}$
0.80	0.75
0.62	0.375
0.47	0.187
0.38	0.125
0.33	0.094
0.30	0.07

Gráficamente se ve esto en la figura VII-2.

Las funciones de Bessel están tabuladas y graficadas. Si en lugar de una fuente puntual como la desembocadura del río en la figura VII-1, la fuente es uniformemente distribuida como puede ser un aporte de agua subterránea o escurrimiento superficial distribuido, entonces suponiendo que no hay gradientes laterales se tiene:

$$E \frac{d^2C}{dx^2} - KC = 0 \quad (\text{VII-10})$$

cuya solución es:

$$C = C_0 e^{-x\sqrt{\frac{K}{E}}} \quad (\text{VII-11})$$

siendo C_0 la concentración en la costa o sea $x = 0$. La aplicación de estas fórmulas es apropiada siempre que haya distribución uniforme en profundidad y ésta no varíe. Sin embargo, normalmente hay una profundidad que se incrementa con la distancia desde la costa. La ecuación debe ahora mostrar, como en la derivación de la ecuación básica IV-1, la propia colocación en la misma del área A o sea (ver ecuación IV-1):

$$E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{E}{A} \frac{dA}{dx} \frac{dC}{dx} - KC = 0$$

o bien si se hace

$$A = A_0 \frac{x}{x_0}$$

$$E \frac{d^2C}{dx^2} - \frac{E}{x} \frac{dC}{dx} - KC = 0 \quad (\text{VII-12})$$

La ecuación VII-12 es una ecuación de Bessel de idéntica forma a la ecuación VII-4. Por lo tanto, su solución es la misma

$$C = \frac{C_0}{M} N_0 \left[\sqrt{\frac{Kx^2}{E}} \right]$$

donde

$$M = N_0 \left[\sqrt{\frac{Kx_0^2}{E}} \right]$$

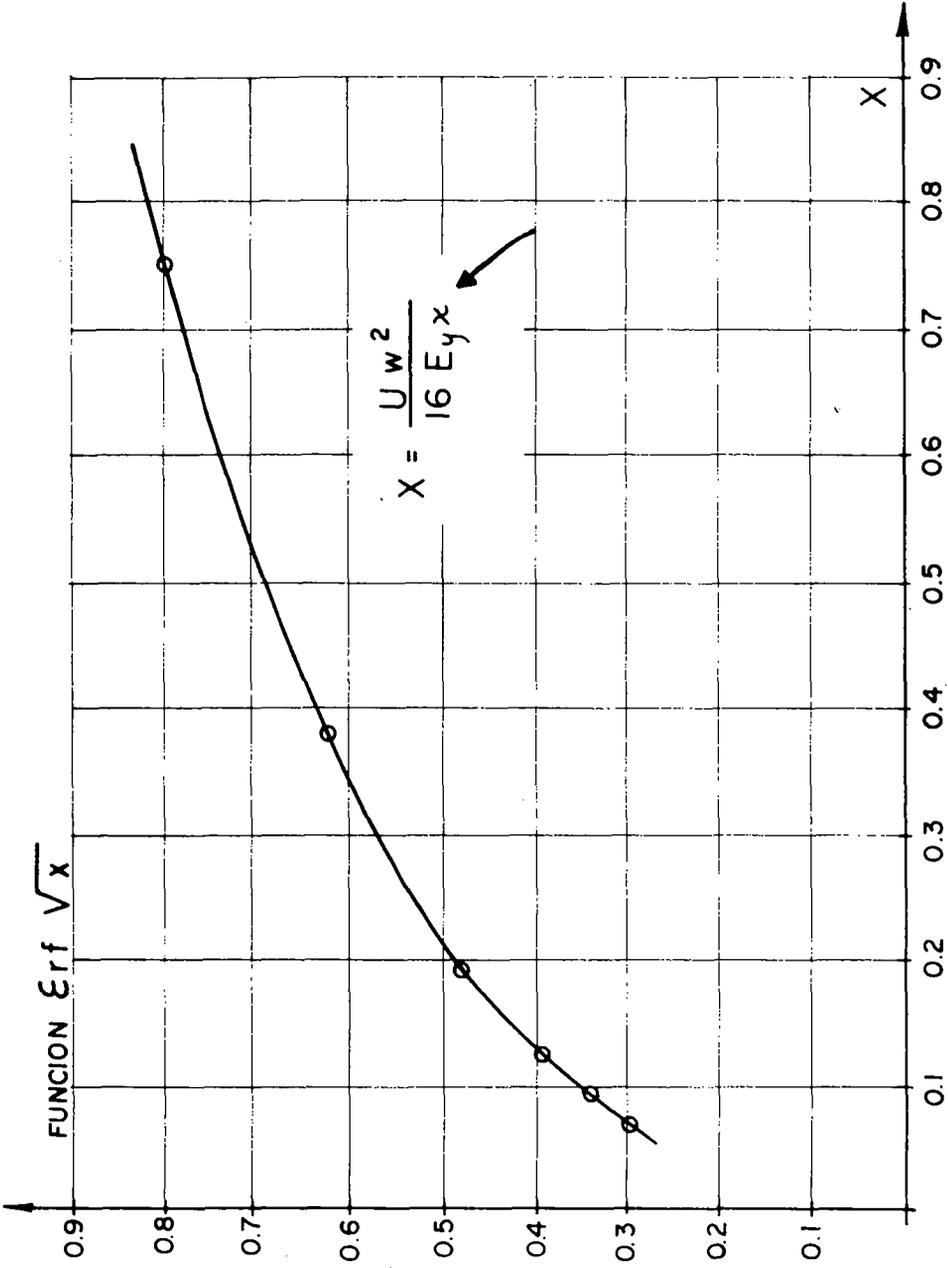


Figura VII-2

Distribución vertical

Sustancias conservativas

Veamos el caso de la concentración en la vertical de sólidos suspendidos en un lago. Suponiendo que sean suficientemente grandes para sedimentar con una velocidad w , la ecuación básica sería:

$$\frac{1}{A(z)} \frac{d}{dz} \left[E(z) A(z) \frac{dC}{dz} \right] - w \frac{dC}{dz} = 0 \quad (\text{VII-13})$$

o sea

$$0 = \frac{d^2C}{dz^2} + \frac{1}{A(z)} \frac{dA(z)}{dz} \frac{dC}{dz} + \frac{1}{E} \frac{dE}{dz} \frac{dC}{dz} - \frac{w}{E} \frac{dC}{dz} \quad (\text{VII-14})$$

En estas ecuaciones se supone que $A(z)$ y $E(z)$ son funciones de z , o sea de la profundidad.

Si se asume que el área y la dispersión son funciones exponenciales de z , decreciendo desde la superficie se puede poner:

$$a = - \frac{1}{A} \frac{dA}{dz}$$

$$b = - \frac{1}{E} \frac{dE}{dz}$$

y la ecuación VII-14 quedaría:

$$\frac{d^2C}{dz^2} - \left(a + b + \frac{w}{E_0 e^{-hz}} \right) \frac{dC}{dz} = 0 \quad (\text{VII-15})$$

cuya solución es:

$$C = C_0 e^{\frac{w}{(a+b)E_0 A_0} \left(e^{(a+b)z} - 1 \right)} \quad (\text{VII-16})$$

Si $b = 0$ (dispersión constante), la solución se simplifica y queda:

$$C = C_0 e^{\frac{w}{aEA_0} (e^{az} - 1)} \quad (\text{VII-16a})$$

y si ambas $a = b = 0$ resulta

$$C = C_0 e^{\frac{zw}{E}} \quad (\text{VII-16b})$$

en la que C_0 es la concentración en la superficie ($z = 0$). Para los sólidos disueltos evidentemente $w = 0$, pero la ecuación puramente dispersiva conduce a valores que son no confiables. En ese caso, cualquier pequeña advección es significativa, lo cual no es lo mismo que para las sustancias no-conservativas que se trata a continuación.

Sustancias no-conservativas

La ecuación que gobierna este caso es, para oxígeno disuelto por ejemplo:

$$\frac{1}{A(z)} \frac{d}{dz} \left[E(z) A(z) \frac{dC}{dz} \right] + W'_2 = 0 \quad (\text{VII-17})$$

donde $W'_2 = R - F$ siendo R la tasa de utilización de oxígeno y F la tasa de producción de oxígeno (fotosíntesis). Las unidades son $\frac{M}{L^3T}$.

Especificando las condiciones de borde en la superficie y en el fondo del lago se puede resolver el problema.

En la superficie del lago ($z = 0$):

$$E_0 \frac{dD}{dz} = K_L D_0$$

donde

$$D = C = \text{déficit de } O_2$$

En el fondo ($z = H$):

$$E_H \frac{dD}{dz} = D_B$$

donde

$$D_B = \text{déficit bental}$$

Si la ecuación VII-17 se integra, obtenemos sucesivamente

$$\frac{d}{dz} \left(EA \frac{dD}{dz} \right) = - AW'_2 \quad (\text{VII-18a})$$

$$EA \frac{dD}{dz} = - \int_0^z AW'_2 dz + C_1 \quad (\text{VII-18b})$$

$$D = - \int_0^z \frac{dz}{EA} \int_0^z AW'_2 dz + C_1 \int_0^z \frac{dz}{EA} + C_2 \quad (\text{VII-18c})$$

La primera condición de borde ($z = 0$ y $D = D_0$) da:

$$C_2 = D_0$$

$$C_1 = A_0 K_L D_0$$

sustituyendo en la ecuación VII-18c:

$$D = D_0 \left[1 + A_0 K_L \int_0^z \frac{dz}{EA} \right] - \int_0^z \frac{dz}{EA} \int_0^z AW'_2 dz \quad (\text{VII-19a})$$

Aplicando ahora la segunda condición de borde a la ecuación VII-18b y sustituyendo el valor de C_1 :

$$D_0 = \frac{A_H D_B}{A_0 K_L} + \frac{1}{A_0 K_L} \int_0^H A W'_2 dz \quad (\text{VII-19b})$$

sustituyendo la ecuación VII-19b en la ecuación VII-19a, queda:

$$D = A_0 D_B \left[\frac{1}{A_0 K_L} + \int_0^z \frac{dz}{EA} \right] + \frac{1}{A_0 K_L} \int_0^H A R dz + \int_0^z \frac{dz}{EA} \int_z^H A R dz \quad (\text{VII-20})$$

La ecuación VII-20 define la distribución vertical de oxígeno en un lago. Puede aplicarse a cualquier contaminante afectado por condiciones comparables en la superficie y fondo en un lago con áreas y dispersión variables. Esta derivación pertenece a O'Connor [VII-A].

En América Latina, en la zona tropical, frecuentemente se hallan lagos con dos zonas bien definidas: el epilimnion (superior) y el hipolimnion. Esta condición puede durar meses. En otros casos, en la zona templada, se la encuentra en los meses de verano. La termoclina es la zona de rápido cambio de temperatura con profundidad, lo que se acusa en otros parámetros como oxígeno disuelto. La figura VII-3 muestra el caso en un lago de Wisconsin, E.U.A. [VII-B].

Si la termoclina se supone una zona de mínimo espesor, se puede asumir que existe a una profundidad $z = H_1$.

Si el fondo está a profundidad $z = H_2$, entonces el epilimnion tiene un espesor H_1 y el hipolimnion $H_2 - H_1$.

Veamos las ecuaciones para este caso de mayor practicidad. Cada zona tendrá dos ecuaciones similares a las ecuaciones VII-18b y VII-18c. Por tanto habrá cuatro coeficientes que evaluar.

Los dos coeficientes adicionales tienen que determinarse por condiciones en la termoclina $z = H_1$:

$$D_1 = D_2$$

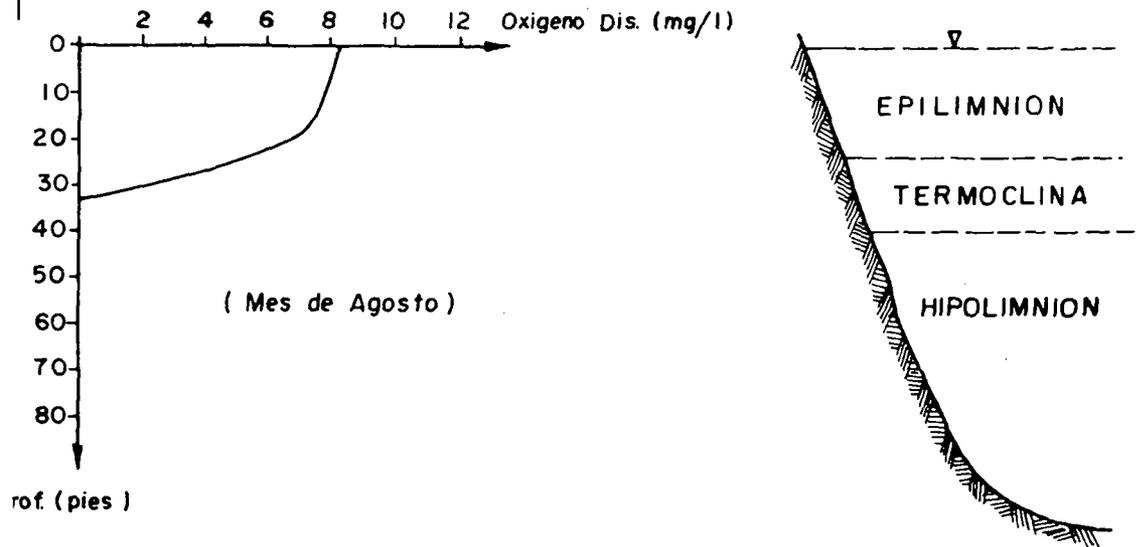


Figura VII-3

$$E_1 \frac{dD_1}{dz} = E_2 \frac{dD_2}{dz}$$

La solución para el hipolimnion sería:

$$D_2 = D_{H_1} + \int_{H_1}^z \frac{dz}{E_2 A_2} \left[A_0 K_L D_0 - \int_0^{H_1} A_1 R_1 dz - \int_{H_1}^z A_2 R_2 dz \right] \quad (\text{VII-21})$$

en la cual D_{H_1} es el déficit computado por la ecuación VII-20 para $z = H_1$.

Si el área y dispersión se pueden considerar constantes en cada zona, las simplificaciones emanan del hecho que en la ecuación VII-20 el segundo y tercer término son nulos si no hay reacciones excepto en los bordes. Por tanto la ecuación VII-20 se simplifica a:

$$D = \frac{D_B}{K_L} + \frac{D_B}{E} \int_0^z dz$$

o sea

$$D = D_B \left[\frac{1}{K_L} + \frac{z}{E} \right] \quad (\text{VII-22})$$

Un rango de valores común para K_L es 0.3 a 1.5 m/día y para E es 1 a 2.5 m²/día en el epilimnion. Para profundidades entre 3 m y 15 m la siguiente tabla es indicativa de los valores del número adimensional $\frac{K_L H}{E}$.

Cuadro VII-2

VALORES DE $\frac{K_L H}{E}$

K_L (m/día)	0.3	0.3	1.5	1.5
E (m ² /día)	1	2.5	1	2.5
Para $H = 3$ m	0.9	0.36	4.5	1.8
Para $H = 15$ m	4.5	1.8	22.5	9.0

Esta tabla muestra que la influencia del término $\frac{K_L z}{E}$ es significativa en muchos de los casos.

La ecuación VII-22 vale para la zona epilimnética. Para la zona inferior se aplica la VII-21 que da:

$$D_2 = D_{H_1} + \frac{A_1 K_L D_0}{A_2 E_2} \int_{H_1}^z dz$$

D_0 es $\frac{D_B}{K_L}$, por lo que sustituyendo el valor D_{H_1} anterior queda (ver ecuación VII-22):

$$D_2 = D_B \left[\frac{1}{K_2} + H_1 \left(\frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2} \right) + \frac{z}{E_2} \right] \quad (\text{VII-23})$$

que vale para $H_1 < z < H_2$.

En lo que precede se ha supuesto que no había tasas de utilización o producción de oxígeno, que por simplificación se denotaron con R. En un lago generalmente W'_2 es tal que en la parte superior del mismo predomina la fotosíntesis sobre la respiración y en la zona de fondo sucede lo contrario. La ecuación básica se convierte (si área y dispersión son constantes) en:

$$D = D_B \left[\frac{1}{K_L} + \frac{1}{E} \int_0^z dz \right] + (R-F) \left[\frac{1}{K_L} \int_0^H dz + \frac{1}{E} \int_0^z dz \int_0^H dz \right] \quad (\text{VII-24})$$

como se deduce de la ecuación VII-20.

Efectuando operaciones:

$$D = \frac{D_B}{K_L} \left[1 + \frac{K_L z}{E} \right] + \frac{(R-F)H}{K_L} \left[1 + \frac{K_L z}{E} \left(1 - \frac{z}{2H} \right) \right] \quad (\text{VII-25})$$

Como se ve, el término $\frac{K_L z}{E}$ es otra vez importante. Si la fotosíntesis no es constante, lo cual es natural por razón de extinción de luz, entonces:

$$F = F_0 e^{-K_e z}$$

sustituyendo en la ecuación VII-20 otra vez:

$$D = \frac{1}{K_L} \int_0^H (R-F_0 e^{-K_e z}) dz + \frac{1}{E} \int_0^z dz \int_z^H (R-P_0 e^{-K_e z}) dz \quad (\text{VII-26})$$

Esta ecuación se compone de dos partes: una relativa al valor R y otra al F. La primera responde al valor constante R

$$D = \frac{1}{K_L} \int_0^H R dz + \frac{1}{E} \int_0^z dz \int_z^H R dz \quad (\text{VII-27})$$

La segunda permite realizar las integrales de las exponenciales de F:

$$D = - \frac{F_0}{K_L K_e} \left[1 - e^{K_e H} + \frac{K_L}{E} \left(\frac{1 - e^{-K_e z}}{K_e} - z e^{-K_e z} \right) \right] \quad (\text{VII-28})$$

En el caso de dos zonas, el término R - F es negativo en la zona superior o sea que la fotosíntesis excede la respiración; en la zona de fondo es usualmente lo inverso. En este caso el déficit se determina por la ecuación VII-21.

Estas expresiones deben relacionarse con la expresión V-16 del capítulo V para mejor comprensión.

ESTADO NO-PERMANENTE (VARIABLE CON EL TIEMPO)

Variaciones en las condiciones de transporte del contaminante, en los aportes o en la cinética de las reacciones conducen frecuentemente, en el caso de lagos y embalses, a estados no permanentes. Como siempre las escalas de tiempo y espacio juegan un rol fundamental en la determinación de los modelos adecuados para describir los procesos de cambio de los contaminantes.

O'Connor, Thomann, Di Toro y otros investigadores han publicado diversos documentos que arrojan luz en estos problemas [VII-C, VII-D, VII-E].

Análisis a largo plazo

La escala de tiempo es por lo menos el año. Se puede así considerar al lago como una masa de mezclado total, a lo cual contribuyen los "vuelcos" de primavera y otoño en países templados y estaciones marcadas en otros.

Haciendo un balance de masas en un lago que recibe un caudal Q, y eroga un caudal Q₁, con un aporte de carga W, si el volumen es V y el intervalo del balance es Δt, tenemos:

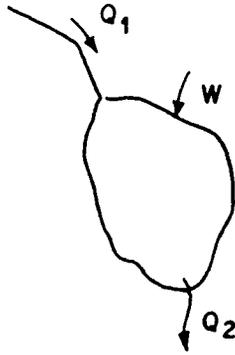


Figura VII-4

$$V\Delta C = Q_1 C_1 \Delta t - Q_2 C_2 \Delta t + W \Delta t - KCV \Delta t$$

Dividiendo por $V\Delta t$, se tiene en el límite con valores promediales anuales:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{W}{V} - KC - c \frac{Q}{V}$$

El valor $\frac{V}{Q}$ es el período de detención que llamaremos t_0 . Entonces:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{W}{V} - c \left(K + \frac{1}{t_0} \right) \quad (\text{VII-29})$$

La solución general de la ecuación VII-29 es:

$$c = \frac{e^{-\lambda t}}{V} \int W(t) e^{\lambda t} dt + c_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{VII-30})$$

donde

$$\lambda = K + \frac{1}{t_0}$$

En el caso en que $W = W_0$ (una constante):

$$C = \frac{W}{\lambda V} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (\text{VII-31})$$

O'Connor ha tabulado para valores de la función W diversos casos.

El cuadro VII-3 indica esas soluciones, las cuales son de inapreciable valor para estudiar las concentraciones en un lago.

Cuadro VII-3
SOLUCIONES EN ESTADO NO PERMANENTE

Tipo de función	$W(t)$	Concentración $C(t)$
Constante	W_0	$\frac{W_0}{\lambda V} (1 - e^{-\lambda t})$
Lineal	$W_0 \pm \omega t$	$\frac{W_0}{\lambda V} (1 - e^{-\lambda t}) \mp \frac{\omega}{\lambda^2 V} (1 - e^{-\lambda t} - \lambda t)$
Exponencial	$W_0 e^{\pm \omega t}$	$\frac{W_0}{(\lambda \pm \omega) V} (e^{\pm \omega t} - e^{-\lambda t})$
Limitante	$W_u (1 - e^{-\omega t})$	$\frac{W_u}{\lambda V} \left[(1 - e^{-\lambda t}) - \frac{\lambda}{\lambda - \omega} (e^{-\omega t} - e^{-\lambda t}) \right]$

Se ve que, excepto en el caso lineal, la concentración de equilibrio para $t = \infty$ es:

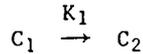
$$C_e = \frac{W}{\lambda V} = \frac{W}{Q + KV} = \frac{C_q}{1 + Kt_0}$$

donde

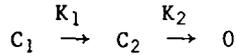
$$C_q = \frac{W}{Q}$$

Si la sustancia es conservativa, esta concentración es simplemente la emisión en masa W dividida por el flujo a través del sistema.

Para sustancias no conservativas



o bien



siendo la concentración de equilibrio:

$$C_{2e} = \frac{K_1 C_q}{K_1 + \frac{1}{t_0}} = C_q \left[\frac{K_1 t_0}{1 + K_1 t_0} \right] \quad \begin{array}{l} \text{(para } K_2 = 0) \\ \text{(primer caso)} \end{array}$$

y además

$$C_{2e} = \frac{K_1 C_q}{t_0 \left(K_1 + \frac{1}{t_0} \right) \left(K_2 + \frac{1}{t_0} \right)} = \frac{K_1 C_q t_0}{(K_1 t_0 + 1)(K_2 t_0 + 1)} \quad \text{(segundo caso)}$$

Si

$$K_1 \gg \frac{1}{t_0}$$

entonces

$$C_{2e} = C_q \quad \text{(primer caso)}$$

y

$$C_{2e} = \frac{K_1}{t_0 K_2} C_q \quad \text{(segundo caso, si también } K_2 \gg \frac{1}{t_0})$$

La primera reacción pudiera ser usada como un caso extremo de conversión de nutriente a fitoplancton. En la segunda, el alga está sujeta a degradación ya sea por predación o por respiración.

Análisis a corto plazo

Avances importantes en el estudio de elementos biológicos y su dinámica en lagos han sido consecuencia de investigaciones recientes [VII-D].

Es conveniente aquí reseñar un modelo simplificado de eutroficación (quizás sea más propio llamarlo de dinámica de fitoplancton) para que el lector conozca las tendencias actuales de esas investigaciones.

El modelo que se pasa a esbozar tiene como variables las concentraciones de fitoplancton y zooplancton, los nutrientes principales (nitrógeno y fósforo en varias formas) y otras usualmente consideradas. Se asume un lago con una termoclina definida, por tanto con tres segmentos o compartimientos: el epilimnion, el hipolimnion y la zona bentónica.

En la figura VII-5 se muestra el lago dividido en la forma indicada, con las entradas y salidas de cada segmento. Los elementos biológicos son espacial y temporalmente dependientes de los nutrientes y de la predación de niveles tróficos superiores.

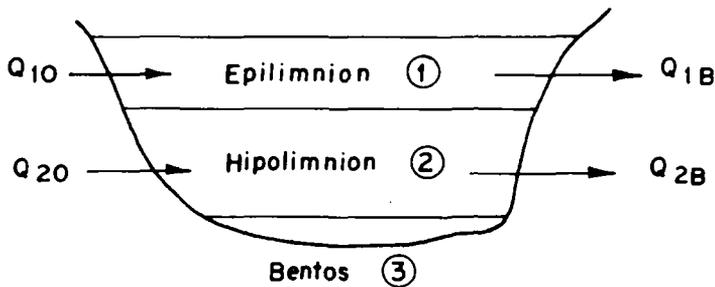


Figura VII-5

Un balance de masas en cada segmento seguirá las pautas ya indicadas con variables sometidas a transporte advectivo y dispersión así como a reacciones de tipo biológico y químico.

La ecuación general de cada segmento es:

$$V_j \frac{\partial C_{jk}}{\partial t} = Q_{j0}C_0 - Q_{jB}C_{jk} + \left(\frac{EA}{\Delta z} \right) (C_{j+1,k} - C_{jk}) + V_j S_{jk} \quad (\text{VII-32})$$

Las incógnitas son las C_{jk} donde $j = 1, 2, 3$ y k , los subíndices de las variables (parámetros) elegidas. Si los datos de nutrientes disponibles indican, por ejemplo, que silicatos, calcio, magnesio, bicarbonatos y fósforo están por encima de los límites que han sido sugeridos como limitativos de crecimiento, entonces las variables mínimas son:

1. Concentración de fitoplancton.
2. Concentración de zooplancton.
3. Concentración de amonio y nitratos, combinados.

Debe aclararse que el factor $\frac{EA}{\Delta z}$ proviene del término general

$$\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial C}{\partial x} \right)$$

de dispersión.

Aquí A es el área de separación de compartimentos o sea la sección determinada horizontalmente por la termoclina. Desarrollando, se tiene en forma aproximada

$$\frac{1}{A\Delta x} \left[\frac{AE_{i,i+1}}{\Delta x} (C_{i+1} - C_i) \right]$$

y haciendo $\Delta x = \Delta z$ como $A\Delta z = V$ se obtendría el segundo término de la ecuación VII-32.

Falta considerar el término $V_j S_{jk}$ y, desde que V_j es el volumen del segmento j , debemos explicar el valor S_{jk} .

El S_{jk} es la expresión de las interacciones cinéticas, o sea de las transformaciones en el segmento j de la variable k . Cada variable responde en su forma particular y la expresión es pues propia de cada variable.

Expresiones S_{jk}

Fitoplancton

Sea F_j el valor de C_{jk} para fitoplancton. Entonces:

$$V_j S_{j,F} = V_j \left[K_{GF} - K_1 - K_2 Z_j - \frac{w_j}{Az} \right] F_j \quad (\text{VII-33})$$

En esta ecuación los términos entre paréntesis tienen el significado siguiente:

K_{GF} es la razón de crecimiento del fitoplancton

K_1 es la razón de mortalidad (endógena)

K_2 es la predación por zooplancton herbívoro

Por supuesto F es la concentración en clorofila ($\mu\text{g}/\text{l}$). Debe recordarse aquí la expresión V-16 y sus bases. El valor de K_{GF} es entonces (ver también capítulo IV):

$$K_{GF} = K_G \max (1.066)^T \times \frac{2.718 f}{K_e z_j} (e^{-\alpha_1} - e^{-\alpha_0}) \frac{N}{K_M + N}$$

donde el efecto de nutrientes está dado por la expresión $\frac{N}{K_M + N}$ (Monod-Michaelis, ver capítulo IV, expresiones IV-8 y IV-9). En el cuadro IV-4 se ven ciertos valores de la constante K_M de M. Michaelis. Por supuesto N es la concentración de nitrógeno (el nutriente que hemos supuesto que actúa en este caso).

Puede notarse que $K_{GF} F_j$ es equivalente a la productividad promedio diaria en el segmento j .

Así queda

$$v_j = a_{cc} K_{GF} F_j z_j$$

donde v_j es la razón promedio de fijación de carbón $\left(\frac{\text{mgC}}{\text{m}^2\text{-día}} \right)$ y a_{cc} es la razón de carbón a clorofila (alrededor del rango 20-100 mgC/mg clorofila).

El valor de K_1 puede ponerse como $K_{01} (1.08)^{T-20}$ o bien $K_{11} T$. El rango de K_{11} es:

$$0.005 \pm 0.001$$

con K_1 en $1/\text{día}$ y T en $^{\circ}\text{C}$.

El valor de K_2 está multiplicado por la concentración del zooplancton herbívoro. Si expresamos esta concentración en mg Peso Seco (carbonoso)/litro entonces K_2 viene a ser la razón de alimentación en $1/\text{mg}$ Peso Seco-día, quedando el producto igual en dimensiones a día^{-1} . Para ello habría que determinar el tipo de zooplancton, ya que algunos valores aproximados de la "filtración" se conocen. Así:

Para Dafnia (a 20°C)

$$0.5 \frac{\text{litros}}{\text{mg Peso Seco-día}}$$

Para Acartia y Centropages (a 20°C)

$$1.5 \frac{\text{litros}}{\text{mg Peso Seco-día}}$$

En la ecuación VII-33 se observa el término $\frac{w}{\Delta z}$. Esto es la sedimentación del fitoplancton. El valor w está expresado, por ejemplo, en m/día y entonces Δz estaría dado en m para que $\frac{w}{\Delta z}$ tenga como dimensiones día⁻¹. Valores entre 0.1 a 2 m/día han sido observados para w .

Zooplancton

Si llamo Z_j el valor de C_{jk} para zooplancton herbívoro, esa concentración sería el contenido de carbono de su biomasa tal cual se indicó más arriba. Entonces:

$$S_{jz} = \left(K_{Gz} - K_3 - K_S - \frac{w'}{\Delta z} \right) Z_j \quad (\text{VII-34})$$

En esta expresión los términos entre paréntesis tienen el siguiente significado:

- K_{Gz} es la razón de crecimiento del zooplancton.
- K_3 es la mortalidad del zooplancton.
- K_S es la predación por niveles tróficos superiores.
- w' es la sedimentación.

Si llamamos a_{zF} la producción de carbono en el zooplancton a causa de la ingestión de clorofila del zooplancton (mgC/ μ g clorofila), podemos poner:

$$K_{Gz} = a_{zF} K_2 K_m \frac{F_j}{K_m + F_j}$$

donde K_m es una constante de Michaelis (concentración de saturación de fitoplancton a la cual el crecimiento de Z_j es la mitad del máximo crecimiento).

Se ve que K_2 es la misma que antes y que si K_m y F están expresadas en $\mu\text{g/l}$ (de clorofila "a"), entonces:

$$\left[K_{Gz} \right] = \left[\frac{\text{mgC}}{\mu\text{gCl}} \right] \left[\frac{\text{litros}}{\text{mgC-día}} \right] \left[\frac{\mu\text{gCl}}{\text{litros}} \right] = \frac{1}{\text{día}}$$

Unos valores indicativos son:

Para K_m : de 0.3 a 0.77 (en mg Peso Seco/litro)

Para a_2F : (en razón de carbono orgánico de fitoplancton utilizado a carbono orgánico de zooplancton producido) - alrededor de 0.63 con una desviación estándar de 20%.

Lo anterior expresa adecuadamente el hecho que el crecimiento puede llegar a la saturación; en algunos casos la concentración de fitoplancton durante parte del año excede aquella que el zooplancton puede metabolizar.

Para K_3 puede adoptarse la expresión

$$K_3 = K_{31} T$$

donde

$$K_{31} = 0.1 \pm 0.005 \frac{1}{\text{día} \cdot ^\circ\text{C}}$$

Para la predación por niveles tróficos superiores, específicamente, por el zooplancton carnívoro se simplifica asumiendo que está dado por una constante. Su valor se determina, en general, en forma empírica por pruebas de sensibilidad. La constante es pues K_s .

El parámetro w' es medido directamente o asumido. En muchos casos puede asumirse igual a cero.

Nitrógeno

El nitrógeno debería incluir el N-orgánico no viviente (N_0), el N-amoniacal (N_1) y nitrógeno de nitratos (N_3). En este caso se tomaría sólo el nitrógeno amoniacal y de nitratos, aunque no es difícil generalizar.

Entonces:

$$S_{jN} = K_{GNj} N_j$$

Pero K_{GNj} corresponde a tres tipos de acciones:

- I. La debida al crecimiento de fitoplancton.
- II. La debida a excreción de nutrientes por alimentación del zooplancton.
- III. La debida a excreción de nutrientes por mortalidad de ambos, fito y zooplancton.

La acción I es negativa y las otras positivas respecto a la concentración del nutriente.

Veamos la expresión de K_{GN} correspondiente a cada acción. Para I tendremos:

$$- a_{NF} K_{GF} F_j$$

donde a_{NF} es la razón del nutriente a la biomasa del fitoplancton (aunque en rigor es la razón de la producción de biomasa al nutriente neto asimilado, lo que tiende al valor anterior a largo plazo).

El cuadro VII-4 tomado de [VII-E] se puede tomar como base de información.

Cuadro VII-4

PORCENTAJE EN PESO SECO* DE CARBONO, NITROGENO Y FOSFORO EN FITOPLANCTON

	Prom.-rango	Prom.-rango	Prom.-rango
Mixofíceas	36 (28-45)	4.9 (4.5-5.8)	1.1 (0.8-1.4)
Clorofíceas	43 (35-48)	7.8 (6.6-9.1)	2.9 (2.4-3.3)
Dinofíceas	43 (37-47)	4.4 (3.3-5.0)	1.0 (0.6-1.1)
Crisofíceas	40 (35-45)	8.4 (7.8-9.0)	2.1 (1.2-3.0)
Bacillariofíceas	33 (19-50)	4.9 (2.7-5.9)	1.1 (0.4-2.0)
	% carbón	% nitrógeno	% fósforo

* Las unidades son $\frac{\text{mg de carbono, nitrógeno o fósforo}}{\text{mg de peso seco de fitoplancton} \times 100\%}$

Para la acción II tendríamos:

$$+ a_{NF} K_2 Z_j F_j \left(1 - \frac{a_{ZF} K_m}{K_m + F_j} \right)$$

pues $a_{NF} K_2 Z_j F_j$ es lo ingerido menos lo metabolizado que es $a_{NG} K_{GZ} Z_j$ o sea, como se vio al tratar el zooplancton, la ecuación indicada. Para la acción III la expresión sería:

$$a_{NF} K_{11} T F_j + a_{nF} K_{31} T Z_j$$

como fácilmente se ve de expresiones anteriores.

Por lo tanto podemos expresar S_{jN} así:

$$S_{jN} = - a_{NF} K_{GF} F_j + a_{NF} K_2 Z_j F_j \left(1 - \frac{a_{ZF} K_m}{K_m + F_j} \right) + a_{NF} K_{11} T F_j + a_{Nz} K_{31} T Z_j \quad (\text{VII-35})$$

Realmente se debería haber incluido una ecuación de conservación de masa para la forma orgánica del nutriente y de allí pasar a lo inorgánico. En algunos casos, cuando la razón de conversión es grande frente a otras razones en las ecuaciones de fitoplancton y zooplancton, la inclusión directa de lo inorgánico es aceptable.

Las ecuaciones del modelo para V_j serán pues similares a la ecuación VII-32, con las expresiones correspondientes de S_{jk} dadas por las ecuaciones VII-33, VII-34 y VII-35. Además, como existen tres segmentos, habrá que repetir las mismas para los otros segmentos.

Como se puede apreciar el modelo representa un sistema de ecuaciones a derivadas parciales no lineal. Debe resolverse como sistema, ya que variables en una ecuación intervienen en otra.

Es sumamente instructivo comparar soluciones simplificadas con las ecuaciones de Lotka-Volterra. Ver para ello la publicación [VII-E].

VIII

MARES Y OCEANOS

MODELOS DE CORRIENTES PREPONDERANTES Y CORTO PLAZO

La descarga de aguas residuales en océanos o mares produce transformaciones en las características de aquellas a través de procesos como floculación y sedimentación, oxidación de orgánicos, reducción bacteriana y, por supuesto, dilución.

En este caso la dilución tiene dos fases: la llamada dilución inicial que es la mezcla inicial del efluente con el océano a través de mecanismos accionados por diferencias de temperatura y densidad; y la llamada dilución física que es el arrastre y derrame lateral de la mezcla de líquido residual y agua oceánica subsiguiente a la dilución inicial.

Nuevamente aquí es menester llamar la atención del lector sobre las escalas de tiempo y de espacio. La propia selección de los modelos a emplear no solo depende de las características del cuerpo de agua y de las descargas en el mismo sino también de lo que se quiera proteger. En el caso de Suffolk County, Long Island, New York, por ejemplo, los investigadores emplearon modelos diferentes para tóxicos y para bacterias, para determinar concentraciones en el mismo punto. La diferencia de enfoque era consecuencia de lo que se quería proteger y de las diferentes respuestas a diferentes parámetros por parte del cuerpo de agua estudiado [VIII-A].

Dilución inicial

Las investigaciones clásicas de Rawn y Palmer [VIII-B] iniciaron el estudio de la disposición oceánica de descargas de líquidos residuales. Posteriormente Rawn, Bowerman y Brooks reanalizaron esas experiencias aplicando la teoría de modelos hidráulicos y análisis dimensional. En lo que sigue se exponen estos hallazgos. Supongamos que a través de una abertura en un conducto tendido en el mar escapa líquido residual. En la figura VIII-1 se expone esta situación.

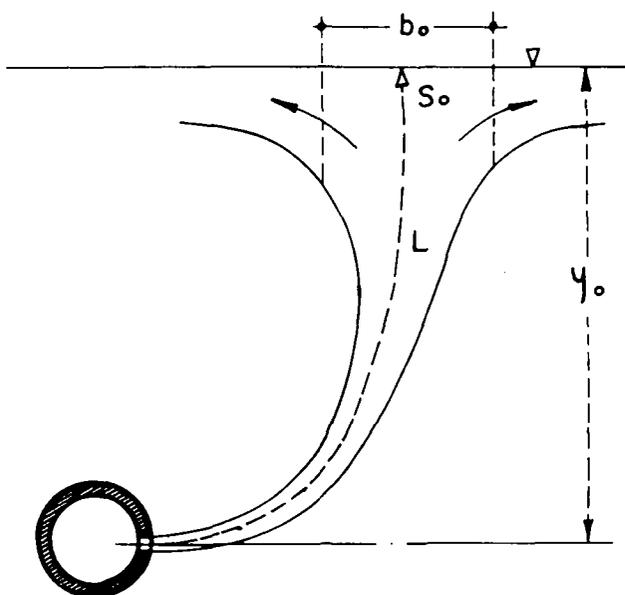


Figura VIII-1

La abertura tiene diámetro D y la velocidad de salida es $V = \frac{Q}{A}$. La dilución se define como la recíproca de la fracción de líquido residual en la mezcla, o sea $S = \frac{1}{p}$. Esta dilución es una función de la altura y sobre el centro de la abertura.

Cuando $y = y_0$.'. $S = S_0$ que es la dilución en el extremo superior de la columna ascendente.

La dilución también varía a través de la columna; aquí se considera la mínima a lo largo del eje de la misma. Además hay variaciones en cada punto por turbulencia pero son de menor entidad y se considera en lo que sigue diluciones promedio en el tiempo.

La dilución S_0 es función de los segmentos variables:

- y_0 - altura total desde el centro de la abertura hasta la superficie $[L]$.
- D - diámetro inicial del chorro (después de la contracción) $[L]$.
- V - velocidad del chorro $[L/T]$.
- g' - aceleración aparente gravitacional $[L/T^2]$.
- ν - viscosidad cinemática del líquido residual $[L^2/T]$.

Por un balance de fuerzas actuantes en un cuerpo flotante o boyante

$$g \Delta_s = g's$$

donde s es la gravedad específica del líquido residual y g la aceleración de la gravedad.

Incluyendo S_0 que no tiene dimensiones, hay 6 variables pertinentes, con dos unidades fundamentales: longitud y tiempo. Por el teorema π habrá entonces $6 - 2 = 4$ variables o números sin dimensiones que pueden ser formados. Se eligen ellos así:

- (a) S_0
- (b) y_0/D
- (c) $F = \frac{V}{\sqrt{g'D}}$ (número de Froude)
- (d) $R = \frac{VD}{\nu}$ (número de Reynolds)

El número de Froude es indicativo de la influencia de la gravedad en el chorro. Para un líquido descargando en el aire

$$F = \frac{V}{\sqrt{gD}}$$

Para valores pequeños de F el chorro se deflecta por gravedad rápidamente; para valores mayores el chorro tiene mayor cantidad de movimiento y lo hace más gradualmente. Lo mismo, pero en sentido inverso, pasa con el número de Froude modificado que se indica arriba.

Como consecuencia, se podría poner una de las variables en función de las otras tres, o sea:

$$S_0 = f \left(\frac{y_0}{D}, F, R \right)$$

Aparentemente el número de Reynolds no tiene influencia para las turbulencias encontradas en este caso. La dilución no varía en un enorme rango del R y por tanto:

$$S_0 = f \left(\frac{y_0}{D}, F \right)$$

La función debe ser pues determinada interpretando las experiencias realizadas. Las investigaciones originales de Rawn y Palmer incluyeron 388 experimentos [VIII-B].

De esas experiencias se puede derivar la figura VIII-2. Fan y Brooks indican que es conveniente corregir los valores de S_0 por un factor igual a 1.15 para tener en cuenta una zona de establecimiento del flujo.

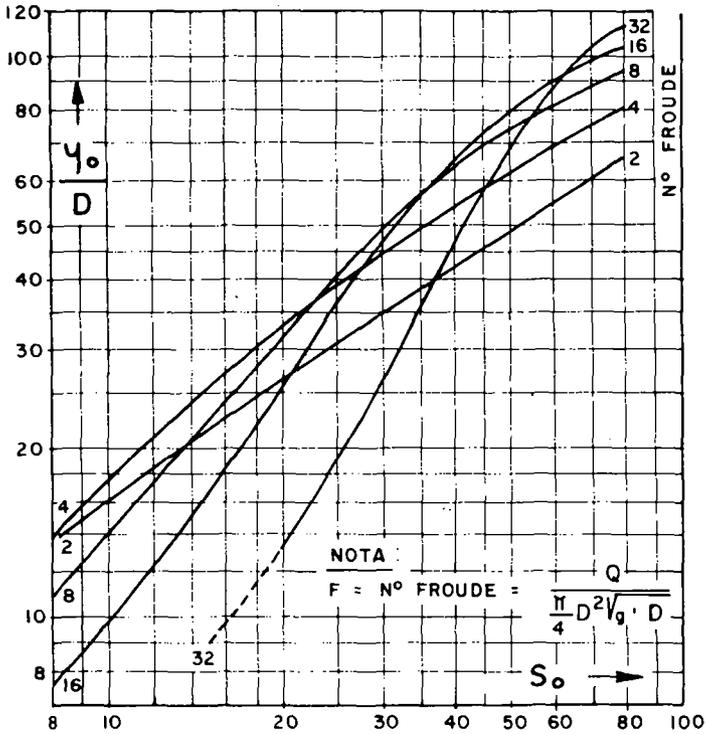


Figura VIII-2

Hasta una distancia de $6D$ desde la abertura, los filetes turbulentos en las aristas del chorro están aún creciendo y las suposiciones sobre similitud no se aplican hasta que estos filetes, donde se ejercen los esfuerzos de corte, alcanzan al centro del chorro.

Aun antes que esto, la concentración en la línea central ya varió por dispersión. Este coeficiente se llama λ y su efecto se calcula por $\frac{2\lambda^2}{1 + \lambda^2}$.

Hasta este momento hemos supuesto un ambiente (mar) de densidad uniforme. Para este caso $\lambda = 1.16$ y por tanto $\frac{2\lambda^2}{1+\lambda^2} = 1.15$ que es el factor a que antes se aludió. En otras palabras, si S_{0d} es la dilución referida a la concentración de la descarga inicial, por motivo del establecimiento del flujo (a $6D$ desde la abertura) resulta:

$$S_{0d} = 1.15 S_0$$

Pero si en lugar de la dilución en el centro queremos la dilución promedio referida al chorro original, entonces un factor adicional de 1.74 es necesario incluir y por tanto

$$S_{pd} = 2 S_0$$

donde S_{pd} es la dilución inicial promedial. Esto es cierto solo para chorros circulares.

Una gráfica más completa (para números de Froude y razones y/D con valores extremos) se ofrece como figura VIII-3 (página siguiente).

Cuando la densidad no es uniforme, o sea estratificada, es conveniente considerar el caso de un perfil lineal tratando de aproximar a este caso por algunas simplificaciones o métodos numéricos.

Fan y Brooks [VIII-D] estudiaron este caso. Las características importantes son:

- y_{\max} - máxima altura de levantamiento
- S - dilución en el extremo del penacho ascendente

Las variables se relacionan a las dos siguientes:

Número de Froude (densimétrico)

$$F = \frac{U_0}{\sqrt{\frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_0} gD}} \quad (\text{VIII-1})$$

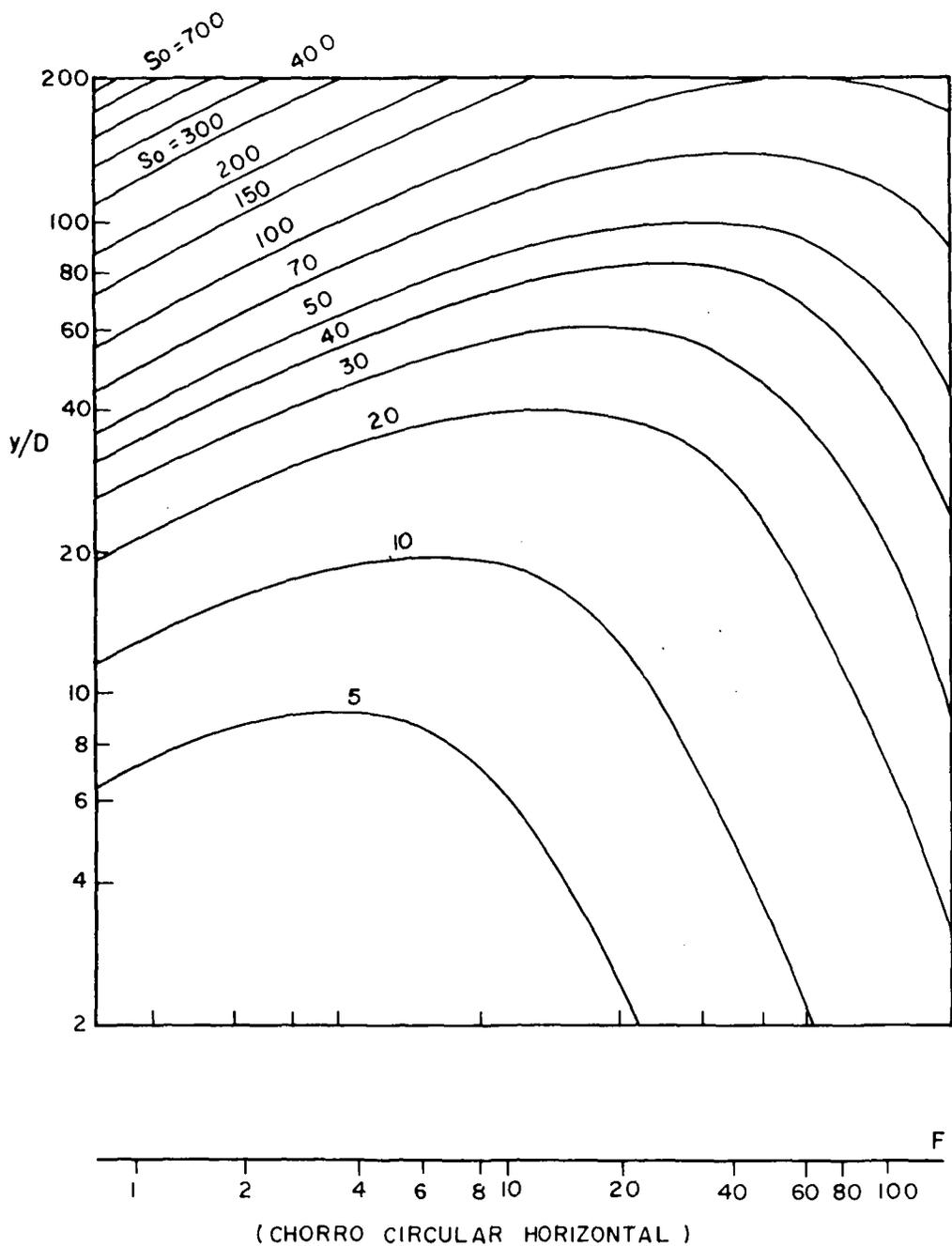


Figura VIII-3

Parámetro de estratificación

$$T = \frac{\rho_0 - \rho_1}{D \left(-\frac{d\rho_a}{dy} \right)} \quad (\text{VIII-2})$$

Los símbolos indican lo siguiente:

- ρ_1 - densidad en línea central al extremo de la zona de establecimiento de flujo.
- ρ_0 - densidad de referencia (fluido al nivel de fuente).
- ρ_a - densidad de ambiente.

Habría que hacer un pequeño ajuste para convertir los valores $\rho_0 - \rho_d$ (este último en la propia descarga) a los valores $\rho_0 - \rho_1$ (alrededor de -13%).

Si llamamos ahora

- m_0 - un parámetro de cantidad de movimiento
- μ_0 - un parámetro de flujo

ambos referidos al extremo de la zona de establecimiento del flujo tenemos, como ha sido probado, que:

$$m_0 = \frac{1 + \lambda^2}{4\lambda^4} \frac{F^2}{T}$$

$$\mu_0 = \frac{(1 + \lambda^2)^{5/8}}{2 \alpha^{1/2} \lambda^{3/2}} \frac{F^{1/4}}{T^{5/8}}$$

siendo α un coeficiente de arrastre,

Con los valores usuales de $\alpha = 0.082$ y $\lambda = 1.16$ resulta:

$$m_0 = 0.324 F^2 T^{-1} \quad (\text{VIII-3})$$

$$\mu_0 = 2.38 F^{1/4} T^{-5/8} \quad (\text{VIII-4})$$

Además si μ_t es el valor del parámetro de flujo al extremo del penacho, S_{td} la dilución (línea central) en el extremo del penacho (referida a la descarga):

$$S_{td} = 1.15 \frac{\mu_t}{\mu_0} \quad (\text{VIII-5})$$

mientras que si se toma el promedio, también referida a la descarga:

$$S_{ad} = 2 \frac{\mu_t}{\mu_0}$$

Si ξ_t es la altura de levantamiento (que puede ser menor que y_0 debido a la estratificación) queda además:

$$\frac{y_t}{D} = \frac{y_{\max}}{D} = 1.37 \xi_t F^{1/4} T^{3/8} \quad (\text{VIII-6})$$

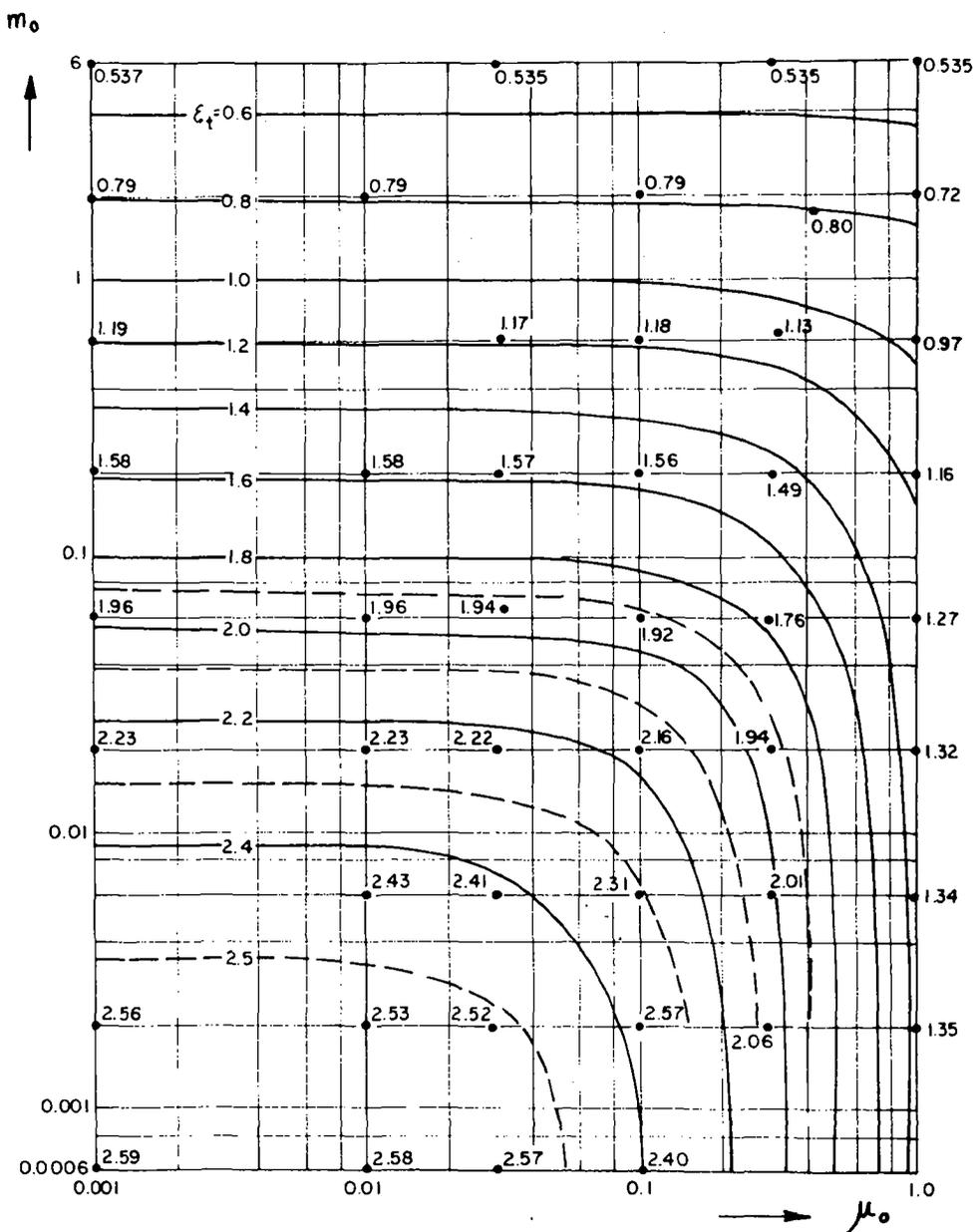
Para chorros procedentes de aberturas circulares se usan las gráficas de las figuras VIII-4, VIII-5 y VIII-6 [VIII-A]. En esta última gráfica se determina la x_t (o sea la abscisa de la línea central en el extremo) de modo que:

$$\frac{x_t}{D} = 1.37 \eta_t F^{1/4} T^{3/8} \quad (\text{VIII-7})$$

Tanto en el caso de densidad uniforme como en el de densidad estratificada hemos supuesto, implícitamente, que había suficiente agua de océano (por afluencia a la zona de dilución por corrientes) de tal modo que no había bloqueo por crecimiento del propio hongo de líquido mezclado. Veamos cómo se calcula la reducción de dilución en este caso.

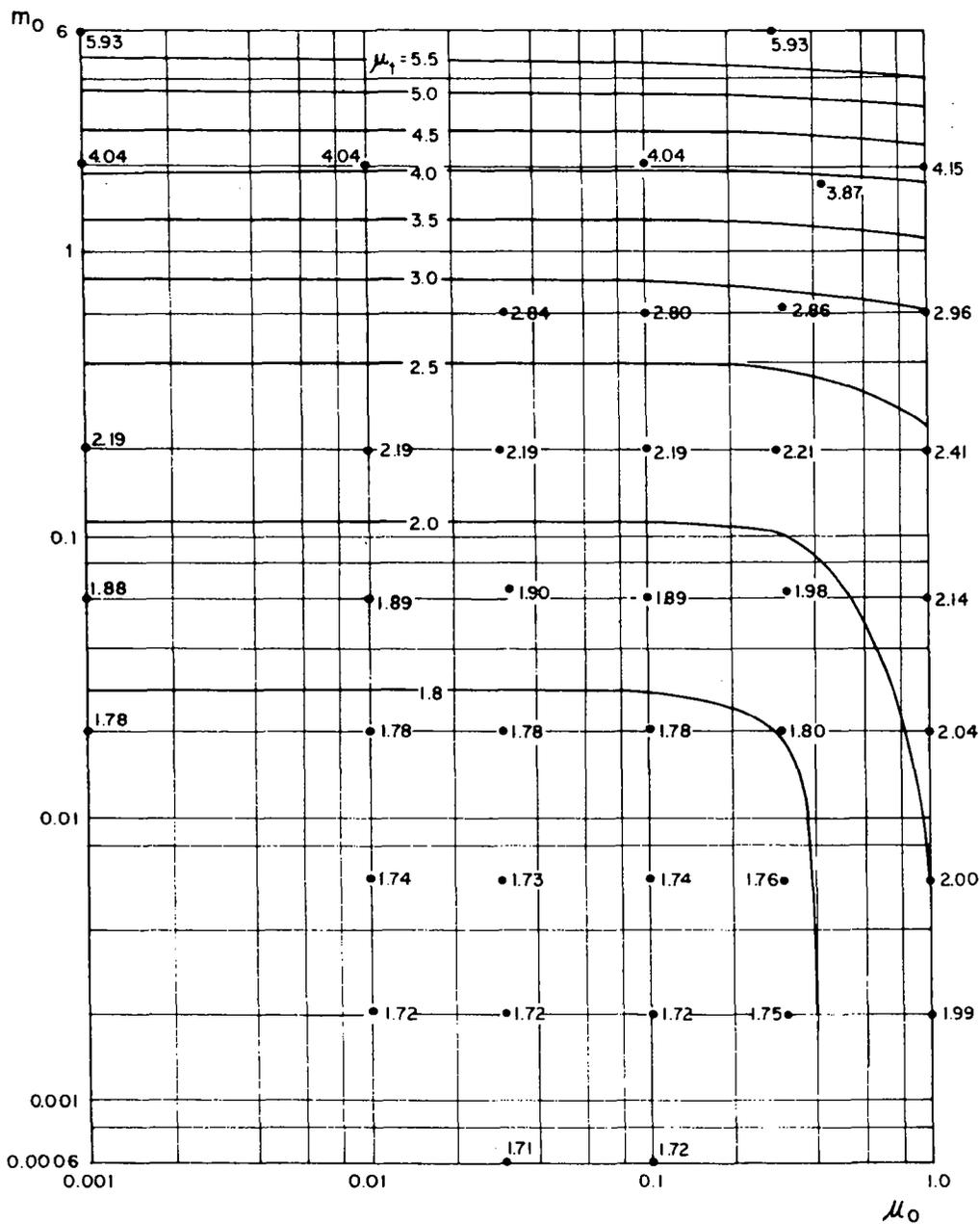
Un análisis aproximado ha sido dado por Brooks como sigue, para este caso de bloqueo:

Un diagrama esquemático es el que muestra la figura VIII-7.



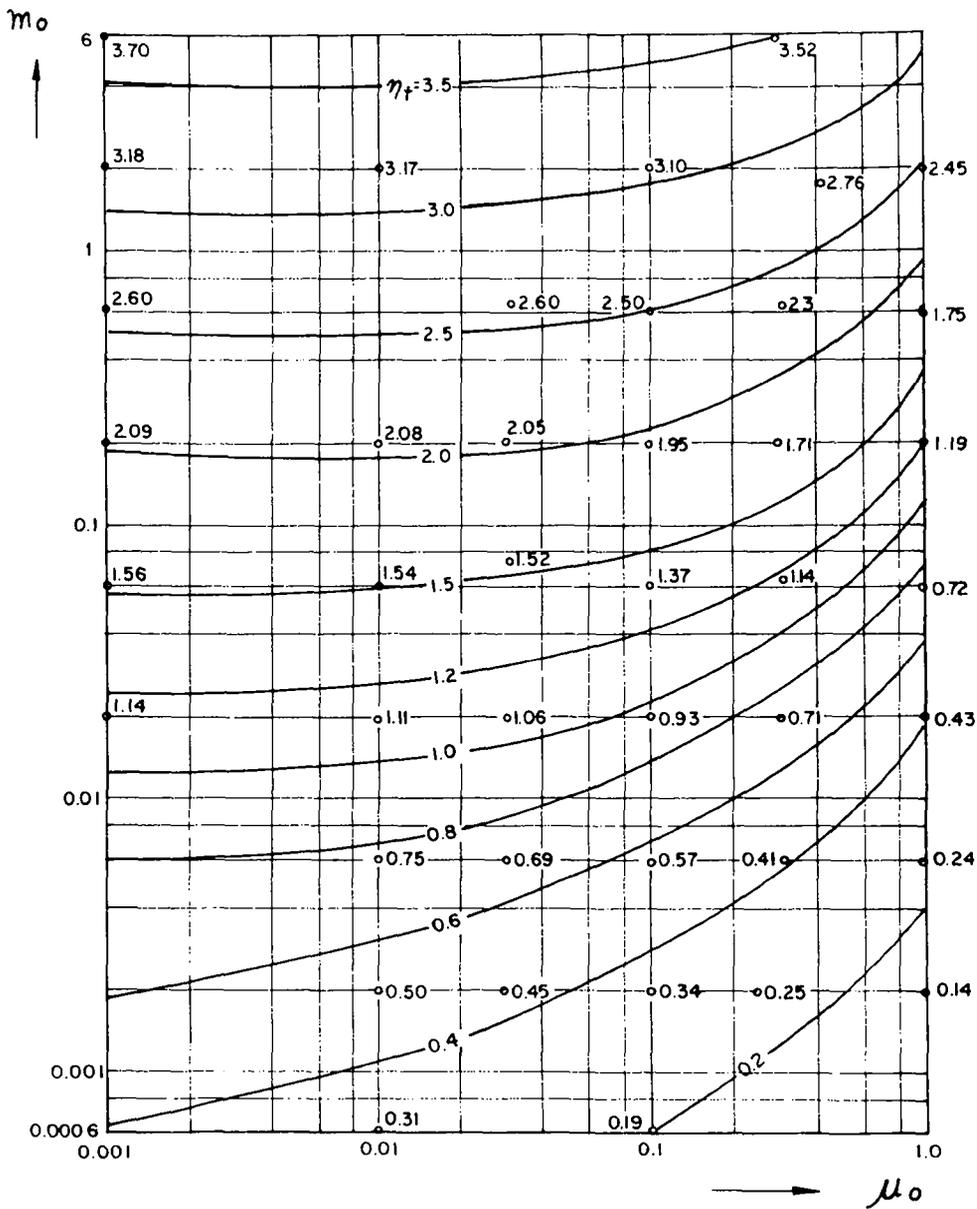
VALORES DE ξ_t - CHORROS CIRCULARES HORIZONTALES

Figura VIII-4



VALORES DE μ_t CHORROS CIRCULARES HORIZONTALES

Figura VIII-5



VALORES DE n_t CHORROS CIRCULARES HORIZONTALES

Figura VIII-6

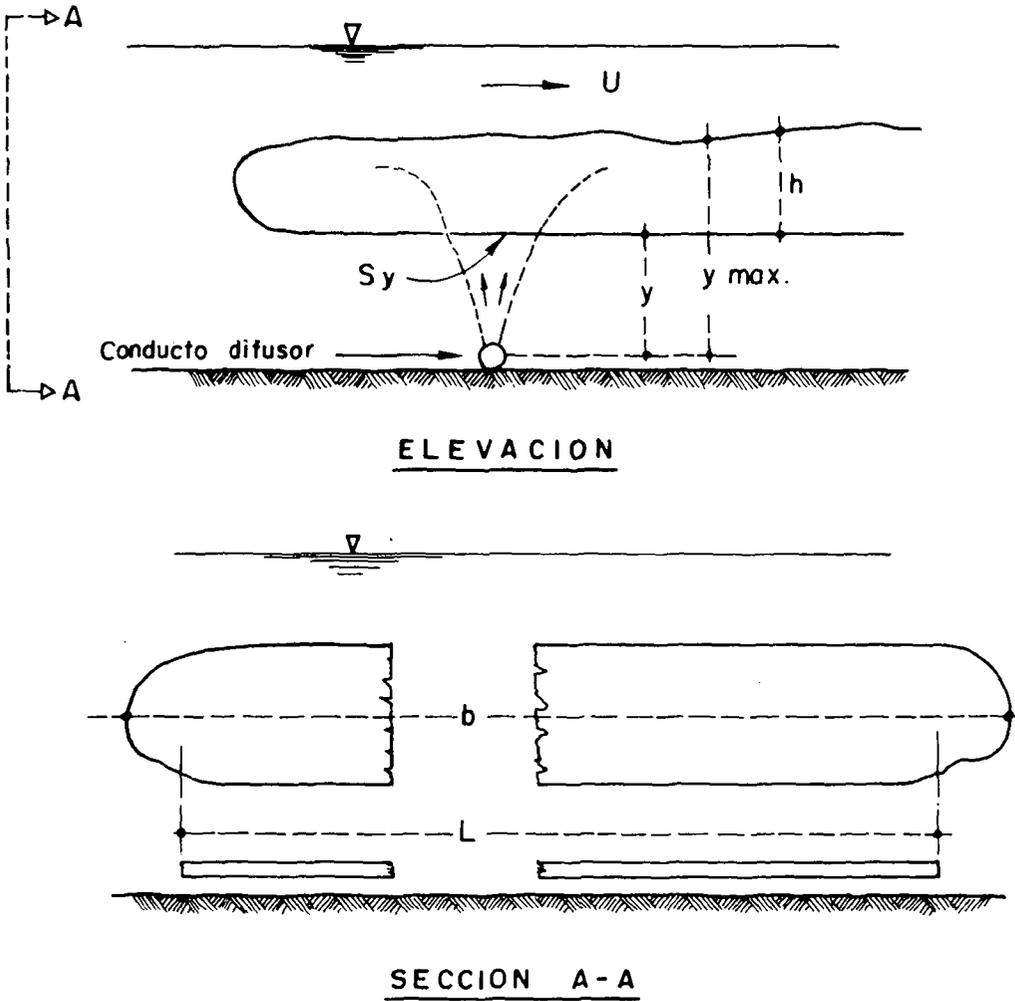


Figura VIII-7

L sería la longitud del difusor, h el espesor de la mancha, U la velocidad de la corriente, siendo:

$$y = y_{\max} - h$$

la altura desde el difusor al fondo de la mancha. Si llamamos Q_S a la descarga, con las diluciones

- S_t - en línea central, parte superior del penacho, como si no hubiera bloqueo.
 S_y - en línea central, a la altura y .
 S_a - dilución promedio en la mancha, sobre el difusor.

Con y sin estratificación, aproximadamente:

$$\frac{S_y}{S_t} = \frac{y}{y_{\max}}$$

La dilución promedial en la mancha es aproximadamente $\sqrt{2}$ veces el valor en línea central, o sea:

$$S_a = \sqrt{2} S_y \quad (\text{VIII-8})$$

Por la ecuación de continuidad:

$$S_a Q_s = Ubh = Ub (y_{\max} - y)$$

o sea

$$S_y = \frac{Ub (y_{\max} - y)}{\sqrt{2} Q_s}$$

dividiendo por S_t

$$\frac{S_y}{S_t} = \frac{Ub y_{\max}}{\sqrt{2} Q_s S_t} \left(1 - \frac{y}{y_{\max}} \right)$$

Si definimos ahora un valor P como

$$P = \frac{\sqrt{2} Q_s S_t}{Ub y_{\max}}$$

resulta

$$\frac{S_y}{S_t} = \frac{1}{P} \left(1 - \frac{S_y}{S_t} \right)$$

y por tanto

$$S_y = S_t \left(\frac{1}{1+p} \right) \quad \text{(VIII-9)}$$

Por tanto se debe hallar la dilución sin considerar bloqueo (S_t) y luego el factor de corrección $\left(\frac{1}{1+p} \right)$.

Hallado el valor S_y se calcula la dilución promedial por la ecuación VIII-8.

Dilución física

Una vez que la dilución inicial ha sido determinada, las corrientes provocadas por mareas, por movimientos del mar a gran escala o por corrientes inducidas por el viento, pueden alejar la mancha de la zona del difusor. Se asume que la dispersión en la dirección longitudinal (paralela a la corriente) o la dispersión vertical son despreciables frente a la lateral. Esto es lo que normalmente sucede si la velocidad de la corriente U es suficientemente grande. Como más adelante se indica, puede suceder que ésta no fuera la peor condición de concentración del contaminante a una distancia determinada del difusor.

Si las condiciones arriba expresadas se cumplen, el transporte y dispersión del contaminante (o sea de la mancha) se producen de acuerdo a lo indicado en la figura VIII-8.

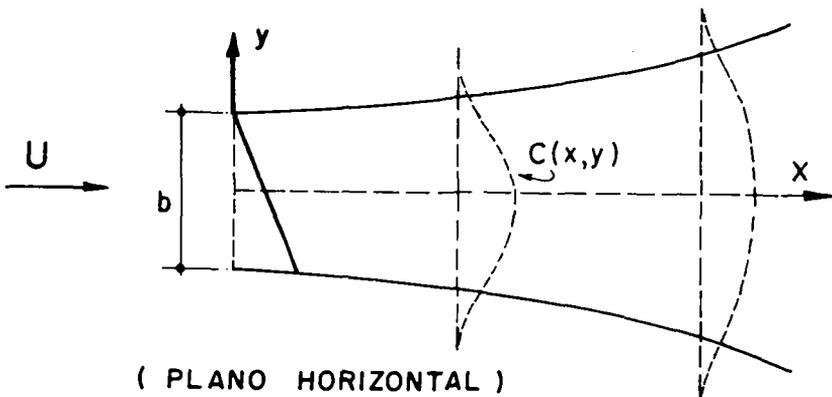


Figura VIII-8

La concentración estaría dada por las curvas simétricas respecto al eje x . El ancho inicial b es la proyección perpendicular a la corriente del difusor. Brooks ha estudiado la integración de la ecuación diferencial, que se deduce de la básica fácilmente.

La ecuación diferencial, de acuerdo a las suposiciones antes expresadas, es:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(E y \frac{\partial C}{\partial y} \right) - U \frac{\partial C}{\partial x} - KC = 0 \quad (\text{VIII-10})$$

en estado permanente.

Si llamamos C_0 a la concentración para $x = 0$, y

$$E = E_0 (L/b)^{4/3}$$

(en la ecuación $E = \alpha L^{4/3}$ como se indicó en el capítulo VI) se tiene:

$$C = C_0 e^{-K \frac{x}{U}} \operatorname{erf} \left[\frac{3/2}{\left(1 + \frac{8E_0 x}{Ub^2} \right)^3 - 1} \right]^{1/2} \quad (\text{VIII-11})$$

siendo erf la función definida en la ecuación VII-9.

Para pequeños valores de X el valor de erf X se hace igual a

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} X$$

entonces

$$X = \sqrt{\frac{3/2}{\left(1 + \frac{8E_0 x}{Ub^2} \right)^3 - 1}}$$

para x grande (distancias grandes a la costa)

$$x = \sqrt{\frac{3/2}{\left(\frac{8E_0x}{Ub^2}\right)^3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \left(\frac{8E_0x}{Ub^2}\right)^{-3/2}$$

y

$$\text{erf } x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}\sqrt{2}} \left(\frac{8E_0x}{Ub^2}\right)^{-3/2}$$

de consiguiente

$$C = 0.061 \left(\frac{E_0x}{Ub^2}\right)^{-3/2} C_0 e^{-K\frac{x}{U}} \quad (\text{VIII-12})$$

Esta ecuación aproximada es útil en ocasiones. Debe hacerse notar que el valor de C es el valor máximo en el eje, tanto en la ecuación VIII-11 como en la ecuación VIII-12.

El ancho de la mancha será entonces:

$$\frac{L}{b} = \left(1 + \frac{8E_0x}{Ub^2}\right)^{3/2} \quad (\text{VIII-13})$$

Ejemplo

Veamos la aplicación de estas expresiones al caso del emisario submarino de Ipanema, Río de Janeiro, Brasil.

Los datos son los siguientes:

Difusor	{	Diámetro del emisario	2.4	m
		Longitud	3,900	m
		Diámetro de troneras	0.15	m
		Número de troneras	182	
		Longitud difusor	$b = 450$	m
		Profundidad	26	m

Condiciones de diseño:

Distancia a la zona de rompientes - 3,200 m
 Caudal Q_p = 15.3 m³/s (proyecto)
 Caudal promedio Q_a = 10.4 m³/s (en saturación)
 Caudal inicial Q_p = 3.8 m³/s (1975)
 (en inicial hay sólo 90 troneras abiertas).

U_s (corriente crítica superficial) = 0.26 m/s = 927 m/hora
 NMP/ml = C'_0 = 3.5×10^6
 (Este C'_0 es la concentración de coliformes en agua residual cruda del interceptor sur de Río de Janeiro).
 NMP/ml = $C_{\max \text{ adm}} = 10$
 El valor de α se toma como $0.01 \text{ cm}^{2/3}/\text{s}$.

1. Cálculo de dilución inicial

$$F = \frac{V_{\text{tronera}}}{\sqrt{g' d_{\text{tronera}}}}$$

$$F = \frac{4.67}{\sqrt{0.25 \times 0.15}} = 24.1$$

además

$$\frac{y}{d_t} = \frac{26}{0.15} = 173$$

pues

$$v_t = \frac{q_t}{A_t} = \frac{Q_{\text{pico}}}{n} = \frac{16.6}{182} = 0.057$$

$$v_t = \frac{0.057}{0.0187} = 4.67 \text{ m/s}$$

además

$$g' = \frac{\Delta s}{s} g = 0.026 (9.8) = 0.25$$

Del diagrama de la figura VIII-3 resulta $S_0 = 80$, o sea que la dilución en el centro de la mancha es

$$S_{0d} = 92 = 80 \times 1.15$$

en caso de mar no estratificado.

2. Cálculo de reducción por mortalidad de bacteria

El valor hallado es $T_{90} = 1$ hora (aunque tenemos serias reservas sobre el mismo). Resulta

$$S_m = 10^{t/T_{90}}$$

$$t = \frac{x}{U_s} = \frac{3200}{927} = 3.45 \text{ horas}$$

por tanto

$$S_m = 10^{3.45} = 2820$$

3. Cálculo de dilución física

$$E_0 = 0.01(b)^{4/3} = 0.01 \times (45000)^{4/3}$$

$$E_0 = 15950 \text{ cm}^2/\text{s} = 1.6 \text{ m}^2/\text{s}$$

De la fórmula VIII-11, el término

$$\text{erf} \left(\frac{3/2}{\left(1 + \frac{8E_0 x}{U_s b^2} \right)^3 - 1} \right)^{1/2} = \text{erf} \sqrt{0.3247}$$

De la figura VII-2, resulta

$$\text{erf} \sqrt{0.325} = 0.58$$

o sea la dilución por este concepto:

$$S_f = \frac{1}{0.58} = 1.72$$

En definitiva, la dilución total será:

$$S_T = 92 \times 2820 \times 1.72 = 4.46 \times 10^5$$

Y por tanto, la concentración de coliformes en la zona de rompientes (de playa):

$$C_m = \frac{3.5 \times 10^6}{4.46 \times 10^5} = 7.84 \text{ NMP/ml}$$

o sea $\approx 800 \text{ NMP/100 ml}$.

Se hace notar la enorme influencia, en este caso, del T_{90} .

Proyecto (diseño) de difusores

En todo emisario submarino la estructura final donde el líquido residual se expela al océano es de importancia tal que si el difusor no estuviera, con alta probabilidad, habría que prolongar el emisario e inclusive llegar a profundidades mayores.

El objetivo del difusor es distribuir el líquido residual en una área grande, con pérdida de carga mínima y con mínima interferencia entre los penachos emitidos por cada tronera. Lo que sigue es una revisión de lo que al respecto se indica en el documento [VIII-C] así como de algunas observaciones pertinentes de la práctica en diversos casos.

La distribución del flujo tiene importancia en lo referente a la propia operación. Puede demostrarse que en el caso de un fondo oceánico en pendiente es imposible encontrar una disposición de troneras que permitan distribución uniforme para todos los caudales. Conviene en ese caso que la distribución sea uniforme para caudales bajos o medios y que las troneras de mayor profundidad descarguen más en los mayores flujos. Las velocidades en el difusor deben ser tales, además, que eviten deposiciones en el mismo. Para líquidos sedimentados, velocidades entre 50 y 90 cm/s son mínimas y deberían ser no mayores a 3 m/s.

En todo caudal, las troneras deben funcionar llenas para prevenir entrada de agua de mar. Además, con troneras circulares y horizontales, como ahora se aconseja, conviene que interiormente tengan forma acampanada. Un criterio para asegurar que la tronera funciona llena es que el número de Froude sea mayor que 1.

La presión diferencial entre el fluido dentro del difusor y en el agua oceánica, afuera de la tronera (al nivel de ésta), es lo que debe considerarse.

Si asumimos que la distancia entre troneras es suficientemente grande como para que el flujo en la vecindad de cada una sea independiente del flujo restante en el difusor y que en la vecindad de una tronera no haya energía perdida en el flujo del difusor (o sea que haya una recuperación perfecta compensatoria de la reducción en carga de velocidad en el difusor por el caudal erogado por la tronera) podemos escribir:

$$q = C_D a \sqrt{2gE} \quad (\text{ver figura VIII-9})$$

siendo

- q - descarga de la tronera
- C_D - coeficiente de descarga
- a - área de tronera = $\frac{\pi d^2}{4}$
- g - gravedad
- $E = \frac{V^2}{2g} + \frac{\Delta p}{\gamma}$
- Δp - diferencial de presión
- γ - peso específico

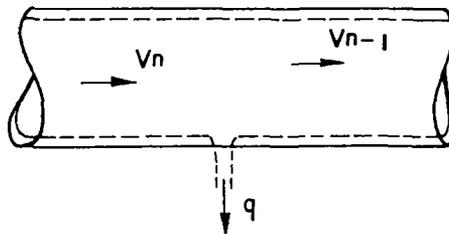


Figura VIII-9

El coeficiente C_D no es constante, decreciendo a medida que la carga $\frac{V^2}{2g}$ tiene un peso mayor en la expresión de E.

En experimentos de laboratorio se comprobó que para números de Reynolds mayores que 20 000:

1. Para troneras con aristas vivas (fluyendo llenas):

$$C_D = 0.63 - 0.58 \frac{V^2}{2gE}$$

2. Para troneras con acampanamiento y contracción de tobera 4.1 o mayor (fluyendo llenas):

$$C_D = 0.975 \left(1 - \frac{V^2}{2gE} \right)^{3/8}$$

Estos resultados se aplican a troneras de diámetro menor a 1/10 del diámetro del conducto.

El valor que usualmente se usa para V es el de $V_n - 1$ (ver figura VIII-9).

El procedimiento de cálculo sería entonces el siguiente:

En la tronera 1:

$$q_1 = C_D a_1 \sqrt{2gE_1} = C_D \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{2gE_1}$$

$$V_1 = \Delta V_1 = \frac{q_1}{\frac{\pi}{4} D^2}$$

por lo que se puede obtener $V_1^2/2g$.

En la tronera 2:

$$E_2 = E_1 + h_{f1} + \frac{\Delta s}{s} \Delta z_1$$

donde h_{f1} es la pérdida de carga por fricción entre la primera y segunda tronera, Δz_1 el cambio en cota entre la primera y segunda tronera, s la densidad

del líquido residual y Δs la diferencia en densidad entre el líquido residual y el agua marina. Entonces:

$$q_2 = C_D a_2 \sqrt{2gE_2}$$

$$V_2 = V_1 + \Delta V_2 = V_1 + \frac{q_2}{\frac{\pi}{4} D^2}$$

Este proceso se continúa paso por paso (hacia atrás) en el difusor. Las fórmulas generales son:

$$q_n = C_D a_n \sqrt{2gE_n} \quad (\text{VIII-14})$$

$$C_D = \psi \left(\frac{V_{n-1}^2}{2g E_n} \right) \quad (\text{VIII-15})$$

$$\Delta V_n = \frac{q_n}{\frac{\pi}{4} D^2} \quad (\text{VIII-16})$$

$$V_n = V_{n-1} + \Delta V_n \quad (\text{VIII-17})$$

$$E_{n+1} = E_n + h_{f_n} + \frac{\Delta s}{s} \Delta z_n \quad (\text{VIII-18})$$

$$h_{f_n} = f \frac{L_n}{D} \frac{V_n^2}{2g} \quad (\text{VIII-19})$$

En esta última, L_n es la distancia entre las troneras n y $n + 1$ y f el coeficiente de fricción de Darcy.

En el proceso de cálculo es posible elegir el diámetro del conducto, el área de tronera y/o el espaciamiento de troneras. Respecto a este espaciamiento por razones prácticas se toma una sección de conducto o un múltiplo

(o fracción simple) de ella. Normalmente se va desde 2.5 m a 7.5 m. La velocidad máxima en tronera no debe exceder 6 m/s. Usualmente el diámetro de troneras no se hace menor a 2 pulgadas. Se mantiene, en general, el área de la sección transversal del conducto mayor al área total de troneras. Esta razón se hace igual a 2 o hasta 3, aunque se debe cuidar la pérdida de carga.

En difusores existentes, es interesante notar la relación entre longitud del difusor y la descarga promedio diaria de tiempo seco. En general es alrededor de $140 \frac{\text{m de difusor}}{\text{m}^3/\text{s de caudal}}$ en California. Puede llegar a ser tan bajo como 35. El difusor de Ipanema, Río de Janeiro, tiene un valor de 43.

MODELOS DE SEGMENTACION

De acuerdo a datos obtenidos en el océano en cercanías de una zona a proteger puede suceder que las distribuciones de valores de variables de calidad de aguas indiquen gradientes espaciales que conduzcan a considerar modelos de 2 ó 3 dimensiones. Además, corrientes oceánicas pueden mostrar, durante el período crítico, dos o más pautas, frecuentemente como resultado de la "filtración" de datos procedentes de correntógrafos.

La más eficaz de las herramientas para el análisis de esos datos sobre corrientes oceánicas es el llamado "vector progresivo". Esta técnica demuestra el recorrido hipotético que una masa de agua podría seguir con referencia a un punto fijo en un sistema euleriano de coordenadas. El método consiste en construir diagramas de "extremo a cabeza" de ocurrencia de vectores para un correntógrafo fijo. Se asume, para interpretar los diagramas, que los datos de corriente son representativos de condiciones de corriente en todos los puntos que el vector describe en el espacio. Esto no es sino raramente cierto en zonas cercanas a la costa.

El vector progresivo se asume ser representativo de características de deriva en una escala de tiempo y espacio mucho mayor que la considerada antes.

El vector progresivo, día a día, indica la dirección y magnitud de la deriva promedial diaria en la localización del correntógrafo.

En la figura VIII-10, extraída de la publicación [VIII-A] se puede ver un diagrama de vector progresivo.

Se ve que este flujo está dominado por una deriva paralela a la costa, pero hay períodos prolongados de corrientes rotacionales (por ejemplo entre el 24 y 30 de julio de 1972). En este estado hay un mínimo flujo en el sistema por lo que se convierte en crítico en algunos aspectos. El transporte advectivo es casi nulo y la dispersión es el fenómeno dominante.

Es así que es frecuente, cuando tales condiciones se encuentran en el océano, adoptar un marco temporal mayor que el anteriormente considerado (diluciones inicial y física, aplicación de las ecuaciones de Brooks y otros).

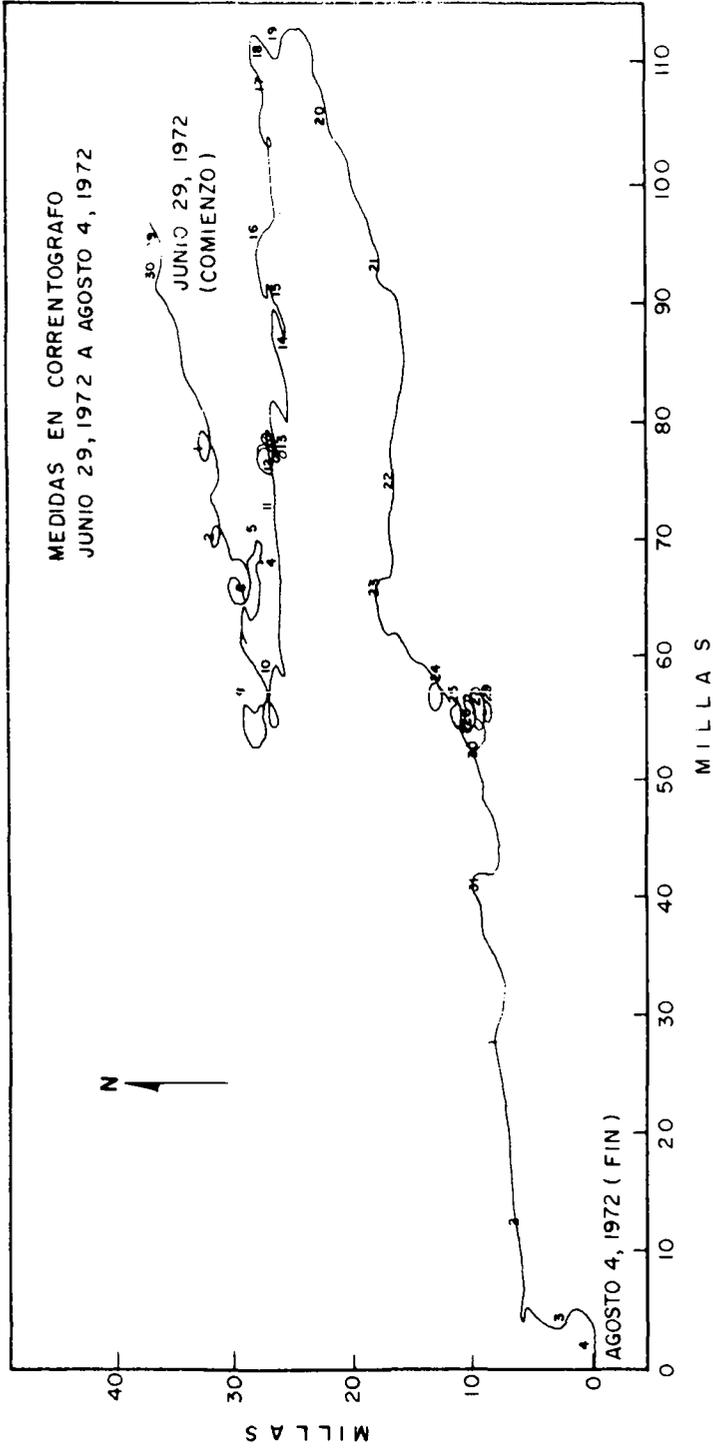
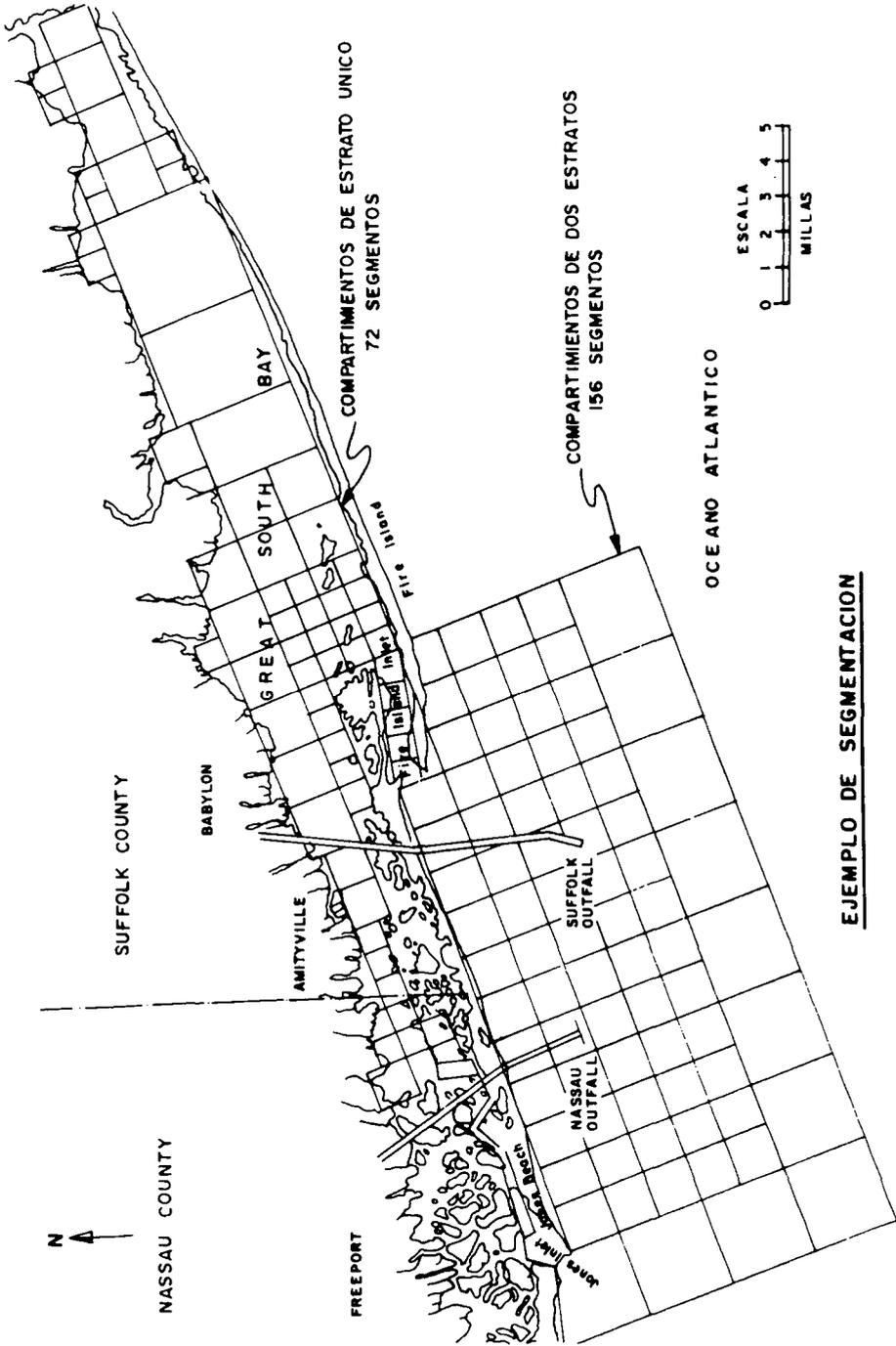


DIAGRAMA DE VECTOR PROGRESIVO



EJEMPLO DE SEGMENTACION

Figura VIII-11

La escala de tiempo es ahora de varios días y las sustancias analizadas en este marco de modelos son las conservativas o que reaccionan lentamente. La segmentación de la zona a modelar responde a los gradientes observados y a las características hidrológicas y topográficas.

Una segmentación de la zona costera de Suffolk County, New York, puede verse en la figura VIII-11 donde hay 156 segmentos o compartimientos de doble estrato y 72 de estrato único. Para ilustrar el procedimiento seguido en la estructuración de este modelo de segmentación conviene volcar nuestra atención al concepto de toxicidad relativa.

Recordemos, a tal efecto, que la tolerancia límite media (TL_m) de una sustancia se define como el nivel de concentración que produce 50 por ciento de mortalidad en el espécimen sometido al bioensayo.

Para ello se procede a ensayar diversos porcentajes de agua residual en la cuba del bioensayo, determinando el porcentaje de muertes (o inmobilizaciones) al cabo de un período (que puede ser de 48 ó 96 horas). (Ver figura VIII-12).

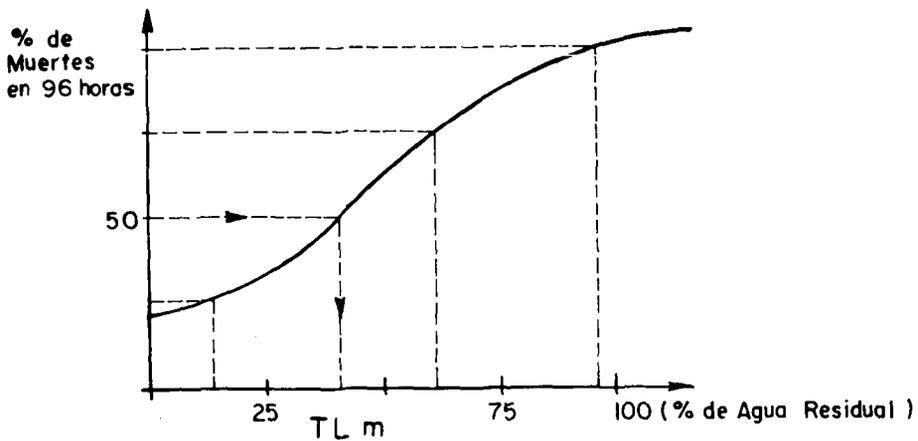


Figura VIII-12

El concepto de toxicidad relativa se desarrolló para obtener una medida de toxicidad que pudiera ser determinada de un bioensayo de corta duración pero que pudiera ser usado para evaluar posibles cambios a largo plazo en la comunidad biológica de las aguas receptoras. Entonces, si se define la toxicidad relativa como

$$TR = \frac{\text{Caudal de Agua Residual}}{TL_m \text{ del Agua Residual (48 horas)}}$$

resulta que TR es un caudal también, ya que TL_m es un porcentaje.

Debe notarse que los efectos tóxicos agudos se miden sin intentar definir los componentes responsables. Hubo varias investigaciones realizadas para relacionar TR con la "salud" del ecosistema de las aguas receptoras expresada como índice de la diversidad de especies bénticas. Estas se eligieron por ser las más proclives a ser afectadas por tóxicos descargados en un líquido residual en el océano. Se obtuvieron correlaciones preliminares entre la depresión del índice de diversidad de especies y la TR. Así se podría concluir que los efectos crónicos están aparentemente relacionados con la TR de las descargas en caso de efluentes de municipios, ya que las investigaciones se realizaron con ese tipo de descargas.

De acuerdo a lo anteriormente señalado, la TR es en realidad una carga de polución y puede en principio modelarse como tal. La concentración de TR en cualquier punto del sistema quedaría determinada por el modelo y sería expresada, por ejemplo, en ml/l. En efecto, las concentraciones del desagüe, expresados en TR serían de 1000 ml/l cuando abandonan el emisario y deben llegar a un valor menor que la máxima concentración admisible en los puntos que se desean proteger en el sistema receptor.

Para fijar ideas conviene considerar el caso de efluentes municipales. En California, E.U.A., se fijó un máximo de 50 ml/l como concentración de TR para descargas oceánicas de efluentes municipales con tratamiento secundario y cloración. Por tanto el modelo de carácter permanente, de largo plazo (semanal o mayor) en ese caso, debe dar en los puntos de interés concentraciones de TR menores o iguales a 50 ml/l.

En la figura VIII-13 se observan los resultados obtenidos en el caso de Suffolk County, New York [VIII-A], para una mancha superficial y otra sumergida con aplicación del modelo.

Debe hacerse notar que el modelo a aplicar es similar al de estuarios, exigiendo como siempre la determinación de los caudales de desplazamiento, las áreas o secciones de la segmentación elegida y los coeficientes de dispersión. Ello se orienta, como ya se ha dicho en el capítulo VI, mediante los modelos de salinidad aplicados previamente.

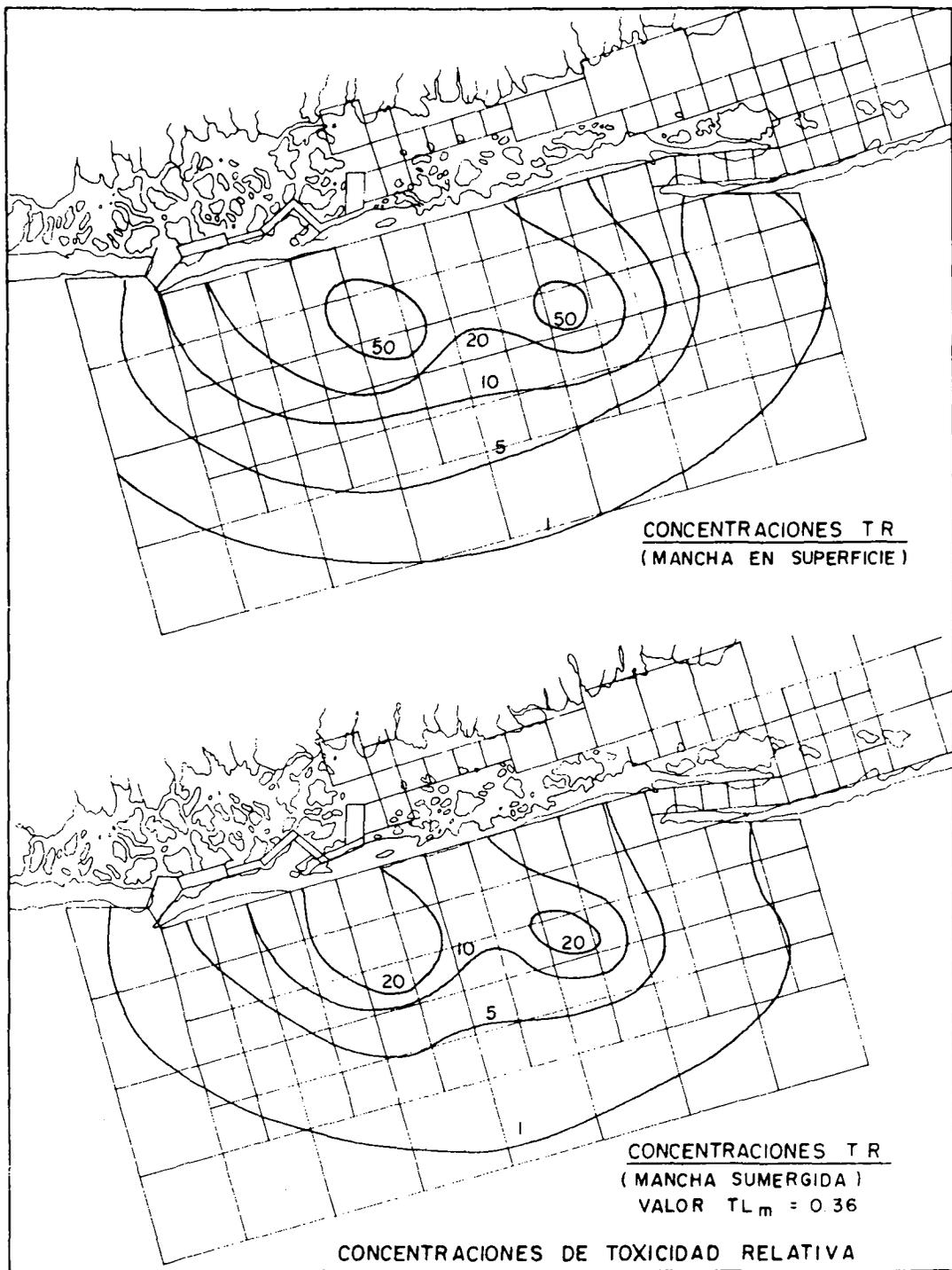


Figura VIII-13

POLUCION DE AGUA SUBTERRANEA

A medida que en diferentes regiones de la tierra se recurre a extraer agua subterránea para satisfacer necesidades en grado creciente, es también fácil de constatar que existe, en muchos casos, un deterioro progresivo de la calidad del agua extraída.

Esto puede ser el resultado de entradas de agua de inferior calidad al acuífero como consecuencia de modificaciones de la línea piezométrica que provoquen los gradientes peligrosos.

En otros casos, la introducción de aguas de calidad inferior es el resultado de la inyección deliberada de aguas residuales de industrias, irrigaciones o comunidades.

Es aconsejable entonces examinar el comportamiento de contaminantes en acuíferos tratando de cuantificar sus concentraciones en función del tiempo y del espacio, para así conocer las posibles variaciones y decidir sobre las medidas de control.

PROPAGACION DE CONTAMINANTES

Supongamos un acuífero homogéneo e isótropo, con una porosidad p . El volumen del líquido en un volumen elemental de acuífero dV será pdV y el ocupado por la parte sólida $(1-p)dV$.

Por tanto

$$\alpha = \frac{1 - p}{p} = \frac{\text{Volumen de sólidos}}{\text{Volumen de huecos}}$$

Sea C la concentración (por ej. en g/m^3) del contaminante en el agua y G la concentración del mismo en la parte sólida. Si el acuífero es confinado entre dos horizontes impermeables podemos suponer que se efectúa una inyección en un punto (o pozo) y trataremos de determinar la ley de concentración

del contaminante C. Estos supuestos, como se verá, no quitan generalidad a los resultados.

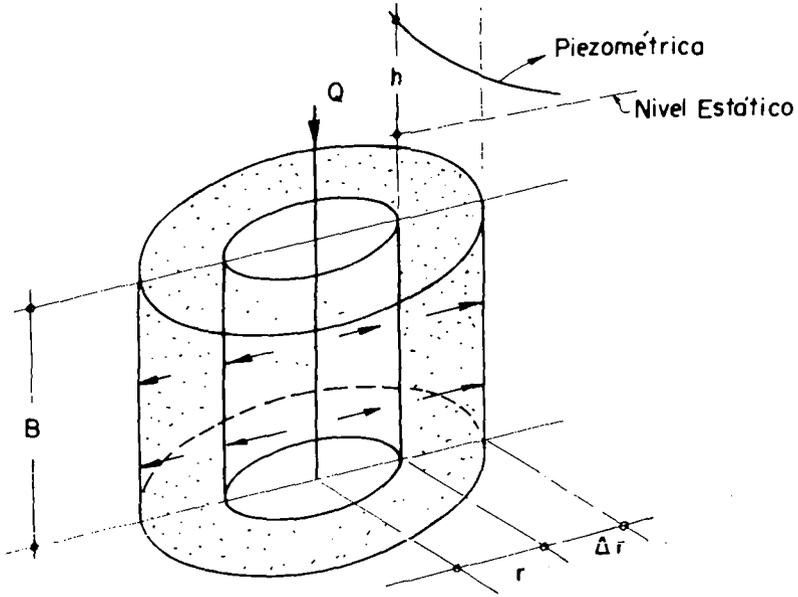


Figura IX-1

Veamos cada elemento de variación por separado.

El transporte advectivo será:

- a) En superficie lateral del cilindro interior

$$QC\Delta t \quad (\text{en gramos})$$

- b) En superficie lateral del cilindro exterior

$$-(Q + \Delta Q) \left(C + \frac{\partial C}{\partial r} \Delta r \right) \Delta t$$

también en gramos. El signo negativo es porque sale ese peso del contaminante del anillo.

La dispersión, en la que E es el coeficiente complexivo como en capítulos anteriores, se puede expresar también:

a) En superficie lateral del cilindro interior:

$$- E_p 2\pi r B \Delta t \frac{\partial C}{\partial r} \quad (\text{gramos})$$

(ya que los gradientes son negativos)

b) En superficie lateral del cilindro exterior:

$$+ E_p 2\pi \left(r + \Delta r \right) \left(\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} \Delta r \right) B \Delta t \quad (\text{gramos})$$

A esto habrá que restar lo debido a la degradación o reacción del contaminante. Llamando K al porcentaje de cambio por unidad de tiempo (o sea expresado por ejemplo en día⁻¹) resulta

$$- K \Delta t \left[2\pi r B_p \Delta r C + (1 - p) 2\pi r B \Delta r \bar{C} \right] \quad (\text{gramos})$$

ya que el primer término es lo que corresponde al agua y el segundo a la parte sólida.

Todo lo que precede sumado debe ser igual a lo que se acumula en el anillo, o sea

$$2\pi r B_p \Delta r \Delta C + (1 - p) 2\pi r B \Delta r \Delta \bar{C} \quad (\text{gramos})$$

Igualando pues esta última expresión a la suma de las anteriores, cancelando términos iguales y eliminando infinitésimos de orden superior, queda:

$$E_p 2\pi r B \Delta t \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} \Delta r + E_p 2\pi \Delta r B \Delta t \frac{\partial C}{\partial r} - Q \Delta C \Delta t +$$

$$- \Delta Q \times C \times \Delta t - K \Delta t 2\pi r B \Delta r [pC + (1 - p) G] = 2\pi r B \Delta r [p\Delta C + (1 - p) \Delta G]$$

Dividiendo ahora por

$$\Delta r \cdot \Delta t \cdot 2\pi r B \cdot p$$

resulta

$$E \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + E \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} - \frac{Q}{2\pi r B p} \frac{\Delta C}{\Delta r} - \frac{C}{2\pi r B p} \frac{\Delta Q}{\Delta r} +$$

$$- K \left[C + \frac{1 - p}{p} G \right] = \frac{\Delta C}{\Delta t} + \frac{1 - p}{p} \frac{\Delta G}{\Delta t}$$

Por lo tanto, en el límite:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \alpha \frac{\partial G}{\partial t} = E \left[\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right] - \left[Q \frac{\partial C}{\partial r} + C \frac{\partial Q}{\partial r} \right] \frac{1}{2\pi r B p} +$$

$$- K (C + \alpha G) \tag{IX-1}$$

Esta es la ecuación general de variación de la concentración de un contaminante en un acuífero confinado. En la referencia (capítulo IX-A) se pueden ver los conceptos de almacenamiento y transmisibilidad de esos acuíferos.

Siendo el coeficiente de almacenamiento S la cantidad de agua que entra en un volumen de área igual a la unidad y altura igual a la del acuífero cuando la presión baja una unidad, como en la figura IX-1 hemos llamado h a esa presión, podemos expresar que:

$$\Delta Q = \frac{2\pi r \Delta r \Delta h S}{\Delta t}$$

o sea

$$\frac{\partial Q}{\partial r} = 2\pi r S \frac{\partial h}{\partial t} \tag{IX-2}$$

En la IX-1 podríamos sustituir el valor de $\frac{\partial Q}{\partial r}$ por la expresión IX-2 anterior.

Se hace notar asimismo que $\frac{Q}{2\pi r B p}$ es la velocidad intersticial a distancia r del eje del pozo.

APLICACIONES

Es frecuente constatar que, en muchos casos:

$$G = \lambda C$$

Esto quiere decir que la concentración del contaminante en la fase sólida del acuífero es proporcional a la concentración en el agua (λ es constante).

Remplazando en IX-1 se tiene:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \alpha \lambda \frac{\partial C}{\partial t} = E \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right) - \left(Q \frac{\partial C}{\partial r} + C \frac{\partial Q}{\partial r} \right) \frac{1}{2\pi r B p} +$$

$$- K (C + \alpha \lambda C)$$

Haciendo ahora:

$$\theta = 1 + \alpha \lambda = 1 + \frac{1 - p}{p} \lambda$$

resulta:

$$\theta \frac{\partial C}{\partial t} = E \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right) - \left(Q \frac{\partial C}{\partial r} + C \frac{\partial Q}{\partial r} \right) \frac{1}{2\pi r B p} - K \theta C \quad (\text{IX-3})$$

Caso I. Dispersión despreciable y estado permanente, en acuífero no limitado pero confinado.

La ecuación IX-3 queda, en estas suposiciones:

$$Q \frac{dC}{dr} \times \frac{1}{2\pi r B p} + K \theta C = 0$$

ya que:

$$C(r,t) = C(r) \quad \frac{\partial C}{\partial t} = 0 \quad E = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial Q}{\partial r} = \frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

Entonces:

$$\frac{Q}{2\pi r B p} \frac{dC}{dr} = -K\theta C$$

que es una ecuación a variables separables.

Resulta, sucesivamente:

$$\frac{Q}{2\pi B p} \frac{dC}{C} = -r K \theta \, dr$$

$$\frac{dC}{C} = - \frac{2\pi B p K \theta}{Q} r \, dr$$

$$\text{Log}_e \frac{C}{C_0} = - \frac{2\pi B p K \theta}{Q} \frac{r^2 - r_0^2}{2}$$

$$C = C_0 e^{- \frac{2\pi B p K \theta}{Q} \left(\frac{r^2 - r_0^2}{2} \right)} \quad (\text{IX-4})$$

Si r_0 es el radio de un pozo al cual se está inyectando una agua de concentración C_0 (g/m^3) de un contaminante, el valor de C es la concentración a distancia r del eje del pozo.

En general, r_0^2 puede despreciarse frente a r^2 y por tanto:

$$C = C_0 e^{- \frac{\pi B p K \theta}{Q} r^2} \quad (\text{IX-5})$$

Esta misma ecuación puede aplicarse en el caso en que no haya concentración del contaminante en la fase sólida, puesto que simplemente

$$G = \lambda C \quad \therefore \lambda = 0 \quad \therefore \theta = 1$$

y basta sustituir $\theta = 1$ en la ecuación IX-5.

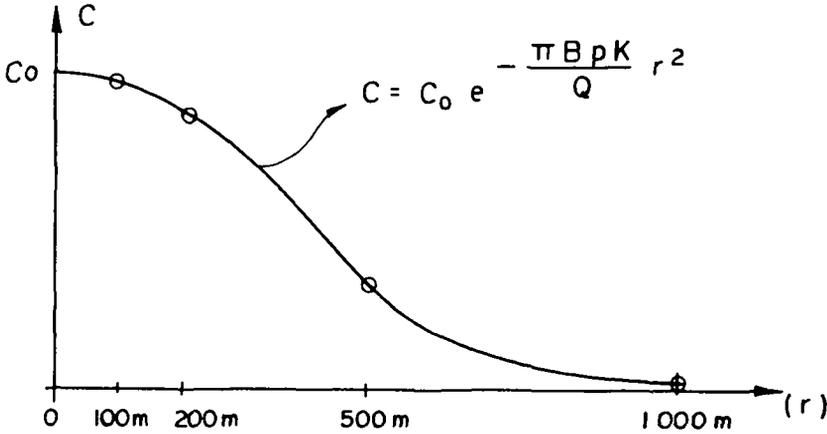


Figura IX-2

Supóngase, por ejemplo, que se inyecta un caudal de $1\text{ m}^3/\text{s}$ conteniendo un elemento radiactivo con media vida de 14.3 días. Es fácil ver que:

$$K = \frac{2.303}{t_i} \text{Log}_{10} 2 = \frac{0.693}{t_i} = \frac{0.693}{14.3}$$

$$K = 0.048 \text{ días}^{-1}$$

Si el acuífero tiene un espesor $B = 10\text{ m}$ y no reacciona su parte sólida con el contaminante ($\theta = 1$) resulta de la ecuación IX-5 lo que se muestra en la figura IX-2; asumiendo una porosidad $p = 0.25$ y una concentración inicial de C_0 microcuries/l por ejemplo. Se ve que a 500 m de distancia la concentración es de menos del 33.5% de la inicial. El tiempo de paso en que el contaminante llega a la distancia $r = L$ será, en el caso general

$$\tau = \int_0^\tau dt = \int_{r_0}^L \frac{dr}{U}$$

donde U es la velocidad intersticial $\frac{Q}{2\pi r B p}$

Sustituyendo

$$\tau = \int_{r_0}^L \frac{2\pi r B p}{Q} dr = \frac{\pi p B}{Q} [L^2 - r_0^2]$$

En el ejemplo anterior, el tiempo que tarda en llegar a 500 m de distancia será, de acuerdo a la fórmula precedente:

$$\tau = \frac{3.14 \times 0.25 \times 10}{86400} (500)^2 = 22.8 \text{ días}$$

Caso II. Mismas suposiciones que el caso anterior (estado permanente, acuífero homogéneo) pero asumiendo un pozo de recarga y un río o dren a distancia L del pozo.

La ecuación general de no equilibrio que liga las depresiones h (con respecto a la piezométrica inicial) con el tiempo y el radio r es:

$$\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} \quad (\text{IX-6})$$

donde S y T son las constantes de almacenamiento y transmisibilidad, respectivamente, del acuífero [IX-A].

El caso de un pozo de recarga y un río que afecta el acuífero confinado es equivalente al sistema del pozo de recarga y un pozo sumidero, imagen del real. El pozo sumidero estará situado a una distancia igual a L también como lo muestra la figura IX-3.

La solución de la ecuación IX-6 es:

$$h = \frac{Q}{4\pi T} W(z)$$

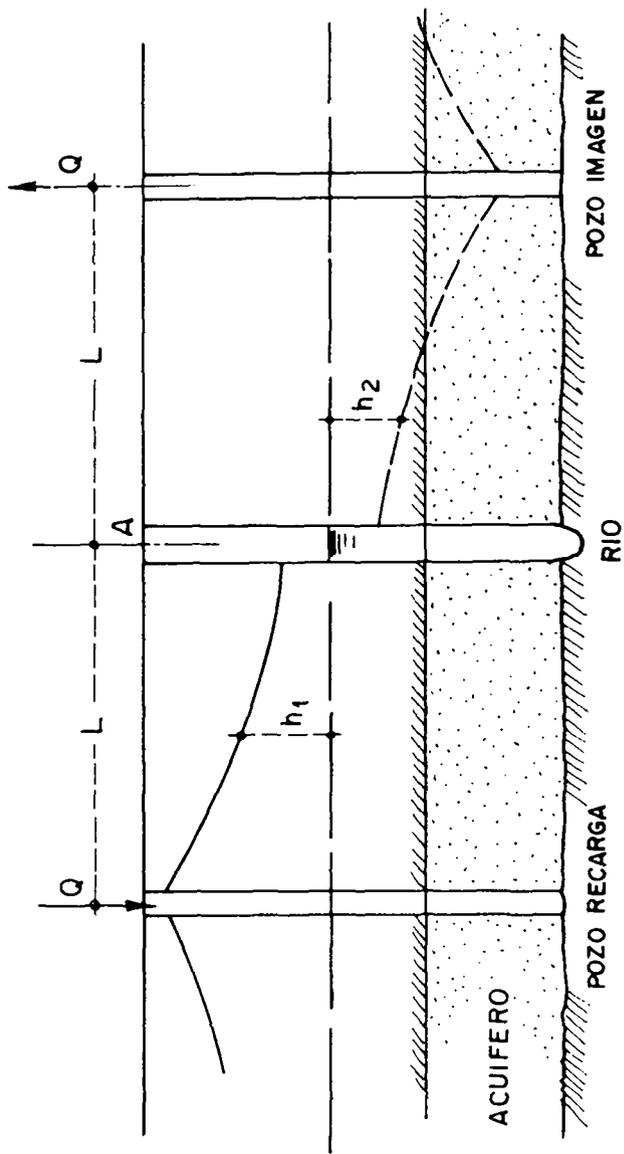


Figura IX-3

donde

$$z = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

es un parámetro sin dimensiones conveniente. La función de pozo $W(z)$ puede ser aproximada por la expresión:

$$W(z) = -0.5772 - \text{Log}_e z$$

tal cual se explica en IX-A.

Tomando valores correspondientes a las depresiones causadas por los pozos real e imagen, podemos calcular valores aproximados de la concentración del contaminante.

En efecto, como

$$h_1 = \frac{Q}{4\pi T} \left[-\text{Log}_e \frac{r^2 S}{4tT} - 0.5772 \right]$$

$$h_2 = -\frac{Q}{4\pi T} \left[-\text{Log}_e \frac{x^2 S}{4tT} - 0.5772 \right]$$

siendo $x = 2L - r$ según se aprecia en la figura IX-3. Es fácil ver que, por definición de T , el valor del caudal en un ancho dm de acuífero perpendicular al plano de la figura será:

$$-T \frac{\partial h}{\partial r} dm = -T \frac{\partial (h_1 - h_2)}{\partial r} dm$$

y esta expresión será igual a: $UBpdm$ donde U es la velocidad intersticial.

Por tanto:

$$U = -\frac{T}{Bp} \frac{\partial (h_1 - h_2)}{\partial r}$$

Como

$$\frac{\partial(h_1 - h_2)}{\partial r} = \frac{Q}{4\pi T} \left[-\frac{4tT}{r^2 S} \frac{2rS}{4tT} - \frac{4tT \times 2 \times (2L - r) S}{(2L-r)^2 S 4tT} \right]$$

Queda:

$$U = \frac{Q}{4\pi Bp} \left[+\frac{2}{r} + \frac{2}{2L - r} \right]$$

$$U = + \frac{Q}{2\pi Bp} \left[+\frac{2L + r - r}{r(2L - r)} \right] = \frac{2LQ}{2\pi Bpr(2L - r)}$$

o sea:

$$U = \frac{Q}{\pi Bp} \frac{L}{(2L - r)r}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación general, como $E = 0$ resulta, en estado permanente:

$$\frac{Q}{\pi Bp} \frac{L}{(2L - r)r} \frac{dC}{dr} = -K\theta C$$

Separando variables e integrando:

$$\text{Log}_e \frac{C}{C_0} = -\frac{K\theta\pi Bp}{QL} \left[\frac{2Lr^2}{2} - \frac{r^3}{3} \right]_{r_0}^r$$

Como en general r_0 es pequeño frente a r , resulta:

$$\frac{C}{C_0} = e^{-\frac{K\theta\pi Bp}{QL} \left[Lr^2 - \frac{r^3}{3} \right]_{r_0}^r}$$

Como anteriormente, el tiempo de paso en alcanzar el dren sería

$$\tau = \int_0^L \frac{dr}{U} = \int_0^L \frac{\pi Bp}{QL} (2L - r) r dr$$

$$\tau = \frac{\pi Bp}{QL} \left[L^3 - \frac{L^3}{3} \right] = \frac{2}{3} \frac{\pi Bp}{Q} L^3$$

La expresion IX-7 es aproximada, como se ha puntualizado. Además nos da solamente el valor de la concentración en el plano de la figura IX-3.

Sin embargo, según puede verse en la figura IX-4, es posible calcular las concentraciones en otros puntos además del A (como el B por ejemplo).

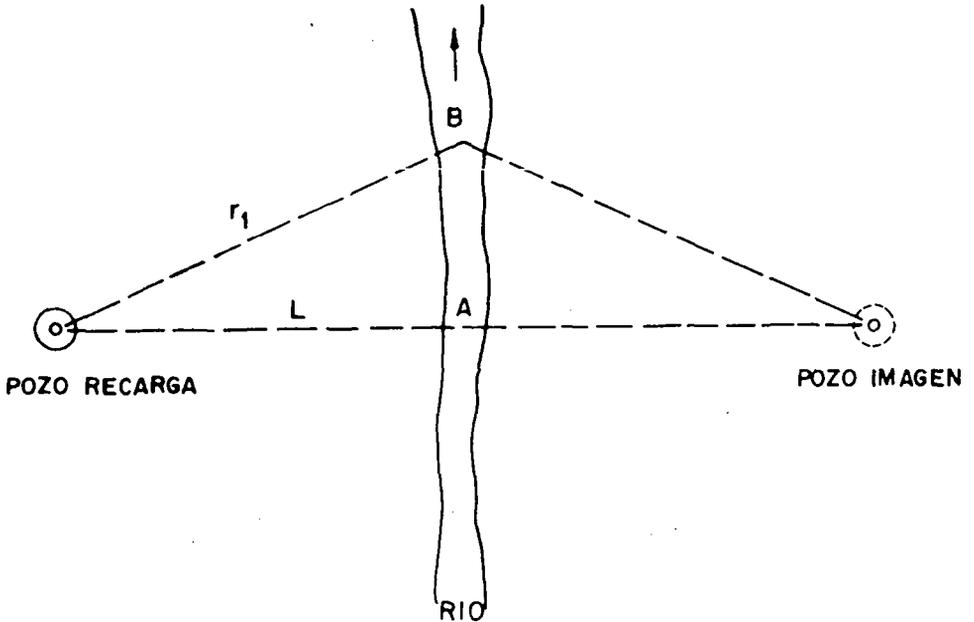


Figura IX-4

Si la distancia AB es llamada m, se ve que

$$r_1^2 = L^2 + m^2$$

Como es fácil probar, la concentración en el punto B (inmediatamente antes de entrar al río) es:

$$C = C_0 e^{-\frac{\pi BpK\theta}{2Q} r_1^2} \quad (\text{IX-8})$$

$$C = C_0 e^{-\frac{\pi BpK\theta}{2Q} (L^2 + m^2)}$$

o sea

$$C = C_0 e^{-\frac{\pi BpK\theta}{2Q} L^2} \cdot e^{-\frac{\pi BpK\theta}{2Q} m^2}$$

De modo que la concentración en cualquier punto B (en el acuífero) es igual a la concentración en A multiplicada por el factor

$$f = \frac{1}{e^{\frac{\pi BpK\theta}{2Q} m^2}}$$

En consecuencia puede calcularse la concentración que llega al dren en cada punto en función del factor f y de la concentración en A.

Suponiendo el mismo acuífero del ejemplo anterior se puede hallar la distribución de la concentración del contaminante a lo largo del dren (inmediatamente antes de entrar a él).

La siguiente tabla da los factores de corrección.

Cuadro IX-1
FACTORES DE CORRECCION "f"

Valor m (metros)	$a = \frac{\pi BpK\theta}{2Q} m^2$	$f = \frac{1}{e^a}$
100	0.218×10^{-1}	0.98
200	0.872×10^{-1}	0.915
500	5.45×10^{-1}	0.58
1000	21.8×10^{-1}	0.112

y la figura IX-5 da la distribución a lo largo del dren, en función del valor de C en A.

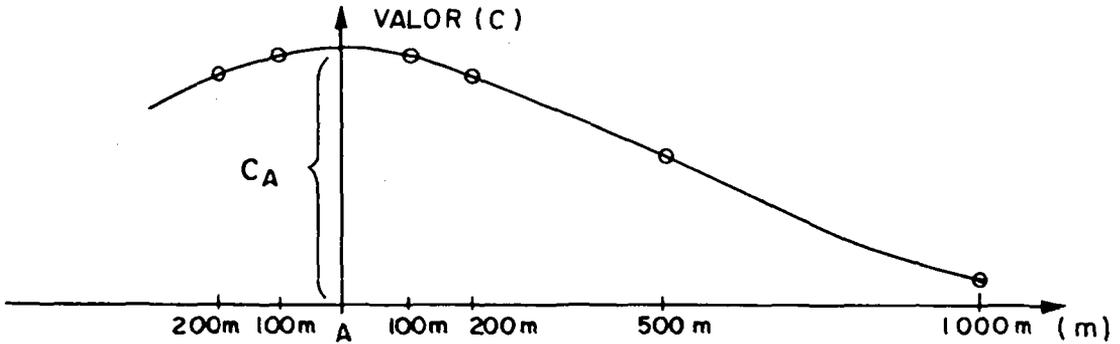


Figura IX-5

Es fácil ver que el caso explicado se puede extender con ecuaciones similares al caso de un pozo de recarga y uno de extracción.

Caso III.

Para este caso, se supone que en lugar del río o dren existe una barrera impermeable. Cuando se encuentra esta condición de borde, es necesario suponer que no existe flujo a través de ella, o sea que la velocidad $U = 0$ en $r = L$.

La ecuación de la velocidad se obtiene de la misma forma que la del caso anterior, con la debida atención a que ahora el pozo imagen se invierte y entonces:

$$U = \frac{Q}{4\pi Bp} \left[\frac{2}{r} - \frac{2}{2L - r} \right]$$

lo que confirma $U = 0$ para $r = L$. De allí

$$U = \frac{Q}{\pi Bp} \frac{L - r}{(2L - r) r}$$

y por tanto, en el caso no dispersivo:

$$\frac{Q}{\pi Bp} \frac{L-r}{(2L-r)r} \frac{dC}{dr} = -K\theta C$$

Entonces

$$- \frac{\pi BpK\theta}{Q} \frac{(2L-r)r}{L-r} dr = \frac{dC}{C}$$

Integrando entre $r_0 \approx 0$ y r se tiene:

$$\text{Log}_e \frac{C}{C_0} = - \frac{\pi BpK\theta}{Q} \left[-2L^2 + \frac{(L-r)^2}{2} - L^2 \text{Log}_e (L-r) \right]$$

o sea

$$C = C_0 e^{- \frac{\pi BpK\theta}{Q} \left[-2L^2 + \frac{(L-r)^2}{2} - L^2 \text{Log}_e (L-r) \right]} \quad (\text{IX-9})$$

y la concentración en la barrera será ($L = r$)

$$C = C_0 e^{- \frac{3\pi BpKL^2}{Q}}$$

Combinando los casos anteriores puede obtenerse la solución de un número de casos prácticos, usando el principio de superposición. Inclusive se pueden analizar los casos de intrusión salina y formación de barreras de agua dulce, como se han efectuado en un número de situaciones.

CONSIDERACIONES SOBRE DISPERSION

Excepto en casos de acuíferos de grava o en calcáreos cavernosos, generalmente el coeficiente de dispersión E es de valor bajo. Ciertos investigadores [IX-B] llegan a la conclusión que el valor de E puede expresarse así:

$$E = 1.9 Ud$$

donde 1.9 es una constante sin dimensiones, U la velocidad del agua y d el diámetro efectivo de la arena. Puede comprobarse que los valores de E así calculados son sólo una fracción de los que se hallan en aguas superficiales.

Por ejemplo en caso de que $d = 0.001 \text{ m}$ (1 mm)

$$U = 20 \frac{\text{m}}{\text{día}} \therefore E = 0.038 \frac{\text{m}^2}{\text{día}}$$

Para valores muy bajos de U se alcanzaría el rango de la dispersión puramente molecular (difusión). Esta es del orden de $1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{día}$.

En el caso de U despreciable, la ecuación IX-3 se nos convierte, en el estado permanente:

$$E \left[\frac{d^2C}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dC}{dr} \right] - K\theta C = 0 \quad (\text{IX-9})$$

que se reduce a la ecuación

$$\frac{d^2C}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dC}{dr} - \frac{K\theta}{E} C = 0$$

Esta es una ecuación de Bessel de orden cero. Su solución es:

$$C = \lambda_1 B_0 \left[\sqrt{\frac{K\theta}{E}} r^2 \right] + \lambda_2 N_0 \left[\sqrt{\frac{K\theta}{E}} r^2 \right]$$

donde B_0 y N_0 son funciones de Bessel modificadas de primera y segunda clases y λ_1 y λ_2 son constantes.

Si las condiciones son tales que las condiciones de borde siguientes se cumplen:

$$\begin{aligned} C &= 0 \text{ para } r = \alpha \\ C &= C_0 \text{ para } r = r_0 \end{aligned}$$

entonces la ecuación final es:

$$C = \frac{C_0}{M} N_0 \left[\sqrt{\frac{K\theta}{E} r^2} \right]$$

donde

$$M = N_0 \left[\sqrt{\frac{K\theta r_0^2}{E}} \right]$$

Estas ecuaciones son idénticas a las de lagos (capítulo VII) para mezcla vertical perfecta sin vientos.

CASO GENERAL

Las soluciones de IX-1 o de IX-3 son extremadamente complejas y en caso de presentarse, aun en estado permanente, sería del caso considerarlas en segmentación como en los estuarios o lagos.

Es fácil probar, en ciertos casos particulares, que son ecuaciones de Bessel y por tanto, como en el caso anterior, con funciones de Bessel como solución.

METODOS ESPECIALES DE MONITOREO

OBJETIVOS Y FUNCIONES DE LOS SISTEMAS MONITORIOS

La adquisición de la información necesaria para describir la situación de la calidad de aguas en una cuenca, correspondiente a un estado actual o futuro, depende en realidad de los objetivos de la investigación a efectuar.

Relacionados con estos objetivos pudieran identificarse interrogantes sobre la eficiencia de los programas de control; sobre los cambios producidos por variaciones estacionales o por nuevos usos de tierra y agua; y, principalmente en nuestro caso, acerca de los datos necesarios para estructurar, calibrar y validar los modelos que representan las transformaciones de la calidad de aguas en la cuenca estudiada.

Pudiéramos simplificar la percepción del problema indicando que los objetivos son uno u otro de los siguientes [X-A]:

- Predecir la futura calidad del agua para un determinado lugar, en base a informaciones actuales y al uso de modelos.

- Evaluar periódicamente el cumplimiento de los planes, políticas y programas de control.

Para obtener estos resultados se necesita desarrollar las tres funciones básicas de todo sistema monitorio, que podemos sintetizar así:

I. Determinación del sistema más sencillo y conveniente para obtener datos sobre calidad y cantidad del agua en los lugares de interés y a intervalos adecuados.

II. Procesamiento eficiente de la información.

III. Desarrollo de técnicas de utilización de datos.

En este capítulo nos interesa fundamentalmente la función I y, dentro de sus alcances, exponer sólo ciertos métodos de medición de determinados parámetros.

Esto es lógico que así sea. No sólo existe disponibilidad de publicaciones clásicas sobre análisis de aguas (físicos, químicos y biológicos) (ver X-B, X-C, X-D, X-E), sino que la literatura sobre el tema ha sido considerablemente ampliada con documentos del tipo del citado [X-A] y similares.

Es de interés analizar, sin embargo, algunos métodos peculiares no incorporados aún a publicaciones como las indicadas, incluyendo los equipos usados que fueran aconsejables. Algunos métodos o procedimientos que se exponen son *sui generis* para estudios de polución de aguas, aunque no se pretende siquiera una enumeración exhaustiva. En muchos casos, el ingenio y la experiencia del científico que conduce los estudios o de sus asociados permite encontrar los métodos más adaptados a una determinada situación, aunque para propósitos comparativos o de evaluación conviene ceñirse en lo posible a métodos estandarizados.

Cabe citar aquí que para colocar y retirar equipos en lugares apropiados, extraer muestras o para efectuar mediciones directas se necesita, casi siempre, una embarcación adecuada. Un modelo como la denominada Navícula del Departamento Municipal de Aguas e Esgotos de Porto Alegre (DMAE), RGS, Brasil, (que se muestra en la figura X-1, foto gentilmente cedida por la Directora del Centro de Estudios de Saneamiento Básico (CESB), Ing. Alpha da Rosa Teixeira) es un importante elemento en un estudio.



Barco Navícula (DMAE, Porto Alegre, RGS, Brasil) efectuando muestreos con draga Ekman y disco Secchi en el río Guaíba

Figura X-1

En razón de que esta publicación está dirigida principalmente a ingenieros y personal científico en América Latina, debemos efectuar un llamado de atención respecto a la magnitud de la información a obtener. Todos sabemos de las dificultades de financiamiento que existen en éste y otros campos de actividades de control ambiental. Es por ello que quizás siempre se deban formular las siguientes preguntas:

1. ¿Para qué se necesitan los datos?
2. ¿Dónde deberían ser colectados?
3. ¿Cuándo deberían ser obtenidos?
4. ¿Qué se hará con la información?

Por otra parte, el propio método de adquirir la información (incluyendo el muestreo en estas acciones) debe tener relación con el presupuesto disponible y con las respuestas a las preguntas anteriores. Hoy en día se dispone de instrumentos confiables de medición, algunos muy sofisticados, así como de facilidades de proceso de la información de gran eficiencia. El problema no consiste en la decisión sobre si se emplea un instrumento o método más moderno sino en elegir lo mejor dentro del presupuesto asignado. A veces, métodos y equipos ya superados en países de alto desarrollo pueden ser usados ventajosamente en los países de América Latina.

Pudiera sugerirse que, en casos donde pueda efectuarse una reserva presupuestal para fines monitorios, se separe una cantidad igual al 0.2% de los costos de capital que se piensa serán necesarios como resultado de los estudios. Esto naturalmente es aleatorio, porque se realizan los estudios (para los cuales se requiere la información) precisamente para determinar las obras de control necesarias. No obstante a veces se dispone de datos suficientes para realizar esa estimación de orden de magnitud.

Por otra parte, para solventar los costos de monitoreo destinados a evaluar los planes y programas de control, se ha indicado [X-F] que se reserve una cantidad igual al 2% de los costos de operación del sistema que constituyen las cargas de polución a controlar.

Como es natural, ello es sólo una guía. Lo aconsejable es un estudio detallado del presupuesto de monitoreo en conjunción con las otras tareas atinentes al estudio de control de polución de aguas, en razón de su mutua influencia y con el fin de obtener coherencia en sus alcances.

MÉTODOS ESPECIALES SELECCIONADOS

El propio hecho de que se seleccionen algunos métodos y no se siga una exposición ordenada que a ellos conduzca pudiera ser confuso y parecer heterogéneo al lector. Ello es inevitable. Lo que se pretende es ofrecer ciertos métodos que si bien han sido ya expuestos y usados en determinados estudios, es a veces difícil conseguir rápidamente la información pertinente.

Los métodos pertenecen a tres campos:

- (a) Mediciones de corrientes en cuerpos de agua abiertos
- (b) Determinaciones de parámetros relacionados con desarrollos plantónicos
- (c) Determinaciones relativas a materias flotables y lodos

Cabe señalar que además de las publicaciones clásicas ya mencionadas ([X-B] hasta [X-E]) nuevas publicaciones como la [X-G] presentan métodos novedosos especialmente con referencia a constituyentes orgánicos como pesticidas, herbicidas y clorofenoles. Por su parte, las publicaciones [X-H] y [X-J] indican las modificaciones a los métodos estándar en muestras de agua salobre o salada.

Medición de corrientes (en cuerpos de agua abiertos)

Los métodos de detección y medida de corrientes pudieran ser clasificados de la siguiente manera:

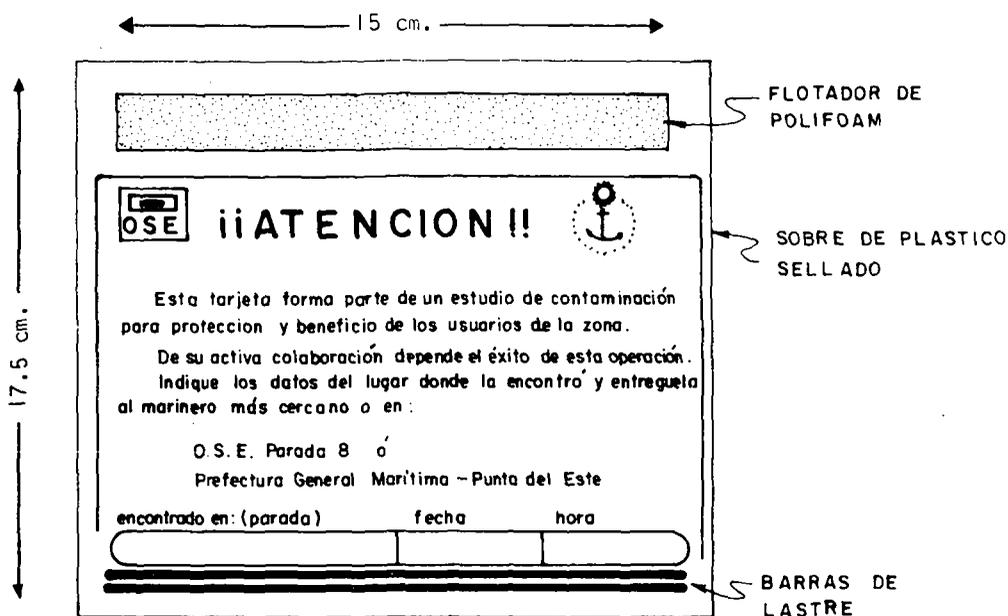
Métodos indirectos	[- Observación de gradientes hidráulicos
		- Observación de salinidad, temperatura, etc.
Métodos directos	[- Trayectoria [
		- Punto final (cartones de deriva)
		- Recorrido (flotadores)
		- Flujo [
		- Rotativos
		- Dinámicos
		- Electromagnéticos y ultrasónicos

Sobre los métodos indirectos se ofrece en otras partes de este texto algunas indicaciones y forma de aplicación. Nuestro interés aquí es desarrollar algunos aspectos de los métodos directos.

Métodos de trayectoria

También llamados lagrangianos son, en casi todos los casos, complementarios de los métodos de flujo o eulerianos. Dan indicaciones del movimiento del agua en puntos no determinados previamente y solamente un instante en cada punto.

Los cartones de deriva (ver figura X-2) se descargan en un punto o área y se recuperan, en un cierto número, en la costa después de un lapso. Este procedimiento no suministra información sobre el recorrido entre el punto inicial y el de recuperación en la costa. En general hay que usar números elevados de cartones (siempre más de 500) para obtener resultados útiles.



Usada en estudios del océano en la costa de Punta del Este, Uruguay. Tiene un lastre de barras de hierro de 45 gramos y un flotador de plástico polyfoam incorporado, todo en un sobre de plástico sellado.

Figura X-2

El método de "recorrido" es con flotadores que puedan observarse por radar, visualmente o por otros métodos (aun laser) a intervalos o en posiciones previamente fijadas. Un ejemplo de flotador con reflector de radar puede verse en la figura X-3 aunque otros tipos de mucho menor peso y dimensiones han sido usados exitosamente. En algunos casos se emplea un radar que indica no sólo posición sino también distancia. En ocasiones se remplace el radar por luces, banderas, reflectores y, aun, por transmisores de algún tipo. A mayor altura, el radar cubre un área mayor pero el reflejo en olas puede limitar la percepción, por lo que una altura de compromiso es de unos 12 metros.

Para mediciones de flujo se usan primordialmente instrumentos con rotores, generalmente del tipo Savonius. Otros, cada vez menos usados en estos casos, se basan en diferenciales de presión del agua fluyendo (péndulo, tubo pitot) o en la fuerza electromotriz producida cuando un cuerpo de agua eléctricamente conductor se mueve en un campo magnético o en dispositivos ultrasónicos que aprovechan la diferencia de fase del sonido en agua fluyendo y en agua sin movimiento y su relación con la velocidad de la corriente.

Los modelos con rotor usados son generalmente registradores en cinta magnética, a veces en película de 16 mm. Miden dirección de la corriente con un vano, hidráulicamente estable, acoplado magnéticamente a un compás magnético.

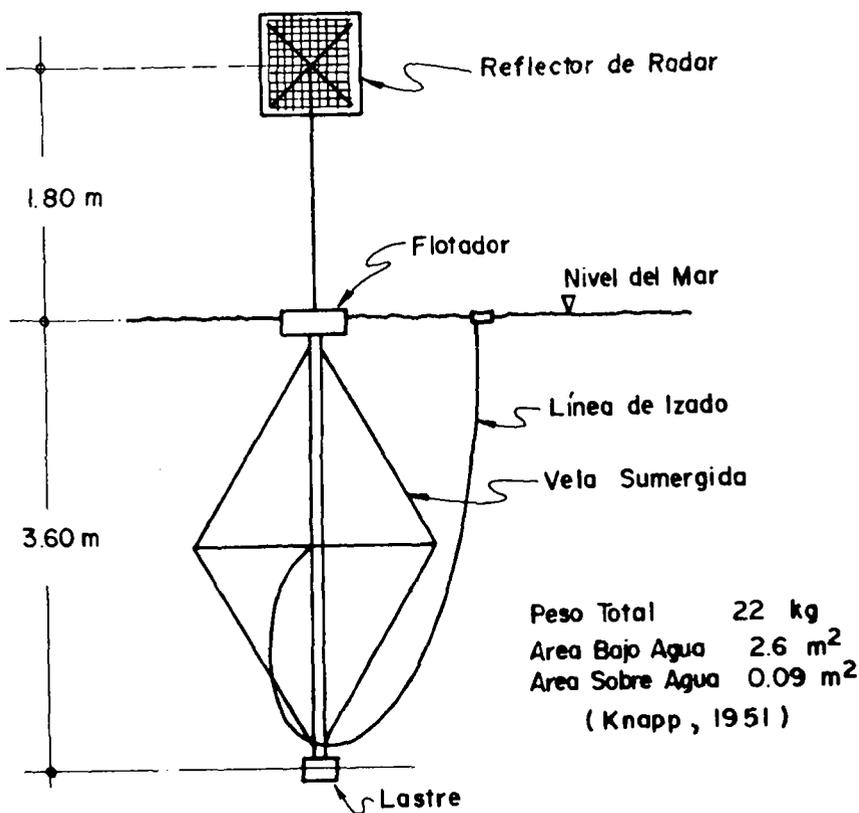


Figura X-3

La velocidad mínima inicial del rotor es de unos 0.05 nudos, y la respuesta el lineal encima de 0.4 nudos; con exactitud de ± 0.1 nudos a plena velocidad.

La figura X-4 muestra la instalación de dos medidores anclados conjuntamente, tal como se han usado en varias estaciones del estudio [VIII-A].

En general, hay que prever la atención periódica de los medidores, incluyendo su recalibración en laboratorios, extrayéndolos de sus localizaciones a intervalos regulares. El lapso requerido para obtener información adecuada depende del caso considerado. Sin embargo no menos de 30 días, cuando hay efectos de mareas, deben ser previstos. En ciertos estudios este lapso se extendió a varios meses.

El procesamiento de los datos es generalmente una operación complicada. Si el registro se hace en película, se requiere un proceso de desarrollo de la misma hasta obtener una versión en cinta magnética de los datos que a su

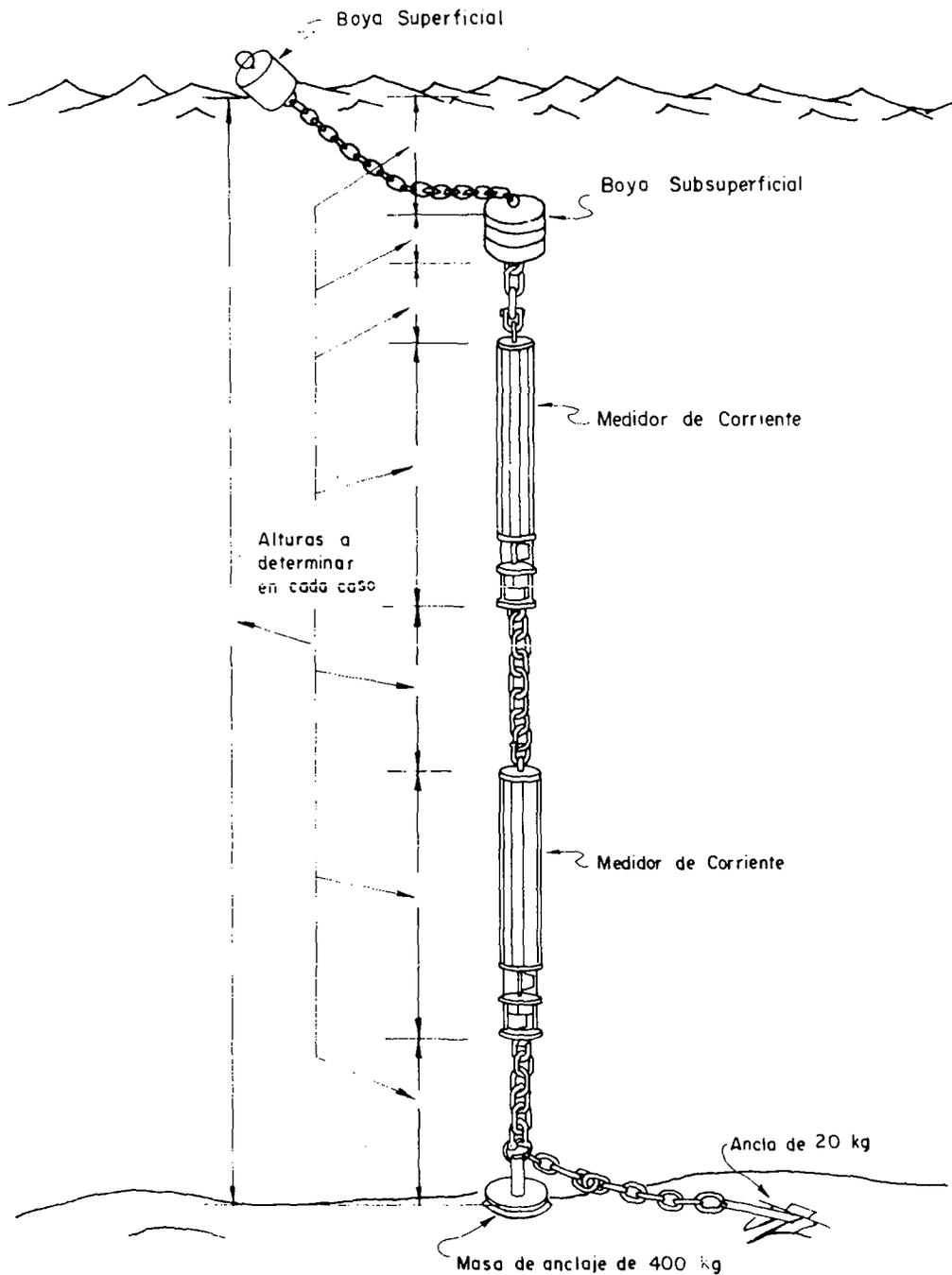


Figura X-4

vez sirve para que un programa decodificador la transforme en histogramas de velocidad y dirección de la corriente.

Además debe tenerse en cuenta que los datos deben ser depurados de variaciones con alta frecuencia que no permitirían evaluaciones correctas de acuerdo a la escala del fenómeno. Ello se hace con funciones de transferencia que "filtran" esos elementos perturbadores.

Determinaciones de parámetros relacionados con desarrollos plantónicos

La determinación fluorométrica de clorofila

Se ha visto, especialmente al tratar los modelos de lagos y estuarios, la importancia de la determinación de clorofila "a". Un procedimiento usando detección por fluorescencia es más preciso que el de absorción de luz (espectrofotometría).

Con la elección de filtros apropiados, la fluorescencia indica la clorofila "a" o la suma de clorofilas "a" y "c". En lo que sigue se extrajeron conceptos de la publicación [X-K]. Es importante señalar que en concentraciones bajas hay que concentrar, para la determinación espectrométrica, usando por lo menos 5 litros de agua. En el método de fluorescencia se usa un fluorómetro Turner 110 y la muestra, debido a la sensibilidad del método, se reduce a un litro o menos.

El procedimiento es el siguiente:

Una porción medida de agua de mar o estuario se filtra a través de un filtro de fibra de vidrio (Whatman GF/c o similar). Se agrega a la suspensión carbonato de magnesio (1 ml de solución al 1%) y se muele en un tubo pulverizador de tejidos el filtro por espacio de un minuto con 5 ml de acetona al 90%. La suspensión se transfiere a un tubo de centrífuga y el volumen se lleva a 12 ml con acetona al 90%. Después de agitarse, el tubo se coloca al oscuro durante 10 a 30 minutos para permitir completa extracción de los pigmentos. La suspensión se centrifuga a 15 000 rpm por cinco minutos y el supernatante se decanta. Cuando las densidades ópticas fueran de 0.15 o menos, se coloca el extracto directamente en los tubos del fluorómetro, con OD mayor que 0.15; el extracto se diluye con acetona al 90%.

La lámpara y filtro del fluorómetro usado son especiales para esta determinación. Existe un factor de conversión que transforma una unidad de luz fluorescente en una cantidad específica de clorofila "a".

Se recomienda usar el filtro C₅ - 2 - 64 (rojo) que absorbe más del 80% de la luz eventualmente emitida por clorofila "c". La cantidad de faeofitina puede además ser determinada mediante ensayos de fluorescencia con y sin agregado de ácido clorhídrico diluido a la muestra, ya que la acidificación convierte la clorofila a faeofitina. Así se puede eliminar esta otra fuente de error.

La prueba de frasco en el ensayo de algas en ambiente marino [X-L]

El ensayo ha sido diseñado para determinar las posibilidades de cuerpos receptores de agua de variada salinidad respecto a niveles de nutrientes, potencial bioestimulante y sensibilidad a cambios en concentración de nutrientes. La prueba cuantifica la respuesta biológica a estos cambios a través de determinaciones de peso seco de sólidos suspendidos (gravimétricamente).

Es oportuno indicar aquí que la cantidad de células que pueden ser producidas en un medio dado está limitada por la sustancia que está presente en la menor cantidad relativa con respecto a las necesidades del organismo. Si una cantidad de la sustancia limitante fuera adicionada al medio, la producción de células se incrementaría hasta que el suministro adicional sea consumido o hasta que otra sustancia se vuelva limitante. La adición de sustancias que no son limitantes no producirá incremento en la producción de células.

Colección de muestra, transporte, preparación y almacenamiento. Se deben usar muestreadores no metálicos y recipientes esterilizables. Estos deben transportarse en la oscuridad, refrigerados y llenos de modo de dejar mínimo espacio de aire. La muestra se filtra en membrana de 47 mm, previamente tratada con 50 ml de agua bidestilada, desechando este filtrado. La muestra se filtra al vacío de 0.5 atmósferas.

Se usa el medio de Burkholder (Agua Artificial Marina, AMA) siguiente:

Cuadro X-1
AGUA ARTIFICIAL MARINA

Compuesto	g/l	Agua stock (4 l) g
NaCl	23.48	93.92
Na ₂ SO ₄	3.92	15.68
NaHCO ₃	0.19	0.76
KCl	0.66	2.64
KBr	0.10	0.38
H ₃ BO ₃	0.03	0.10
MgCl ₂ ·6H ₂ O	10.61	42.44
SrCl ₂ ·6H ₂ O	0.04	0.16
CaCl ₂ ·2H ₂ O	1.47	5.88
H ₂ O para	1000 ml	4000 ml

La dilución del agua stock (que tiene una salinidad de 35%) a otros valores se ve en el cuadro siguiente:

Cuadro X-2
DILUCION DE AGUA STOCK

Salinidad	AMA stock, l	Agua destilada, l
35 ‰	4.00	0.00
30 ‰	3.43	0.57
24 ‰	2.74	1.26
20 ‰	2.29	1.71
16 ‰	1.83	2.17
12 ‰	1.37	2.63
8 ‰	0.91	3.09
5 ‰	0.57	3.43

Para cualquier salinidad, se agregan los siguientes niveles de nutrientes:

NaNO ₃	102 mg/4 l (4.2 mg N/l)
K ₂ HPO ₄	4.18 mg/4 l (0.186 mg P/l)
Na ₂ EDTA	1200 µg/4 l (300 µg/l)

A cada litro adicionar la mezcla siguiente (1 ml a cada litro): 0.0928 g H₃BO₃; 0.208 g MnCl₂·4H₂O; 0.016 g ZnCl₂; 0.714 mg CoCl₂·6H₂O; 0.0107 mg CuCl₂·2H₂O; 3.63 mg Na₂MoO₄·2H₂O; llevar a 500 ml.

Además filtrar a través de una membrana esos nutrientes, adicionando después de la filtración, 384 µg(en 4 l de agua de base) de FeCl₃ (33.05 µg Fe/l).

El medio de referencia es la AMA diluida al 20‰ (ver cuadro X-2) que se almacena en la oscuridad a 4°C, sin aire.

El inoculum se prepara con células de un cultivo stock de *Dunaliella* (tertiolecta Butcher), las que se centrifugan en tubos estériles y se desecha el supernatante. Las células sedimentadas son resuspendidas en AMA 20‰ esterilizada (menos N,P,EDTA, metales trazas y Fe) y centrifugadas otra vez. Desechando el supernatante se resuspenden nuevamente en AMA 20‰, diluyendo a la propia concentración para el inoculum. La suspensión así preparada debería contarse y ajustada por dilución a 10 000 células/ml tal que 1 ml de inoculum en 99 ml de muestra (más el agregado que tiene el nutriente limitante) dará una concentración de 100 células/ml (aproximadamente 0.02-0.03 mg/l en peso seco).

La temperatura de la prueba es 18°- 20°C y la iluminación de luz fluorescente de 4300 cd/m² ± 10%. La transferencia de cultivos se debe

efectuar en condiciones asépticas como mínimo cada siete días de frascos de stock no abiertos previamente (1 ml en 100 ml de nuevo medio). La edad del inoculum debería ser proveniente de cultivos entre 5 y 7 días de edad.

Extremo cuidado debe observarse con el material de vidrio, el que debería ser lavado con detergente no fosfatado (o carbonato de sodio) y enjuagado, primero con agua y luego con solución al 10% de HCl. Entonces se llena con carbonato de sodio al 10% y luego se enjuaga cinco veces con agua deionizada, se seca en bastidores a 105°C, se taponea con hoja de aluminio o polyfoam y se coloca en autoclave a 1 kg/cm² por 15 minutos.

Determinaciones relativas a materias flotables y lodos

Determinación de materias flotables [X-M]

Principio. El material flotable se concentra mediante un embudo de flotación con teflón. El resto de la muestra se desecha y el material flotable colectado se lava y pesa en un filtro de fibra vidriada. La fracción extractable en hexano del material flotable puede ser subsecuentemente determinada mediante la extracción de las piezas del papel de filtro en trozos de 1 cm x 1 cm. El aparato puede verse en las figuras X-5 y X-6, donde el agitador tendrá velocidad ajustable entre 40 y 100 RPM.

La muestra debe ser de unos 8 litros, y la transferencia al embudo debe ser efectuada, previa agitación, antes de dos horas.

El ajuste de densidad (en el caso en que el líquido analizado se descargue en otro de densidad diferente) se efectúa así: 1.5 l de la muestra se colocan en el embudo y 1.5 l de agua receptora filtrada (en general oceánica) se agrega junto con una mezcla de 39.8 g NaCl, 8.0 g MgCl₂·6H₂O, 10 g MgSO₄·7H₂O y 2.3 g CaCl₂·2H₂O. Esto daría concentración uniforme de agua oceánica.

El mezclado y flotación se realizan de acuerdo a lo indicado en la secuencia que se expone. Es importante que la superficie de la muestra en el embudo no se perturbe durante la descarga, que debe ser efectuada a un caudal de 500 ml/minuto excepto para los últimos 30 ml que se descargarán gota a gota.

Para el filtrado y pesado se coloca un papel de filtro vidriado (lavado, secado y pesado) en el soporte con recubrimiento de teflón y se filtran los últimos 10 ml con el material flotable (agregar agua destilada). Una pieza adicional de filtro puede ser necesaria para enjugar el fondo del soporte del filtro. Se seca entonces el filtro (y la pieza adicional si es usada) a 35°C, se coloca en un desecador por 15 minutos y se pesa. Entonces:

$$\text{mg/l de material flotable} = \frac{\text{mg/incremento en peso del filtro}}{\text{volumen de la muestra en litros}}$$

EMBUDO DE FLOTABLES

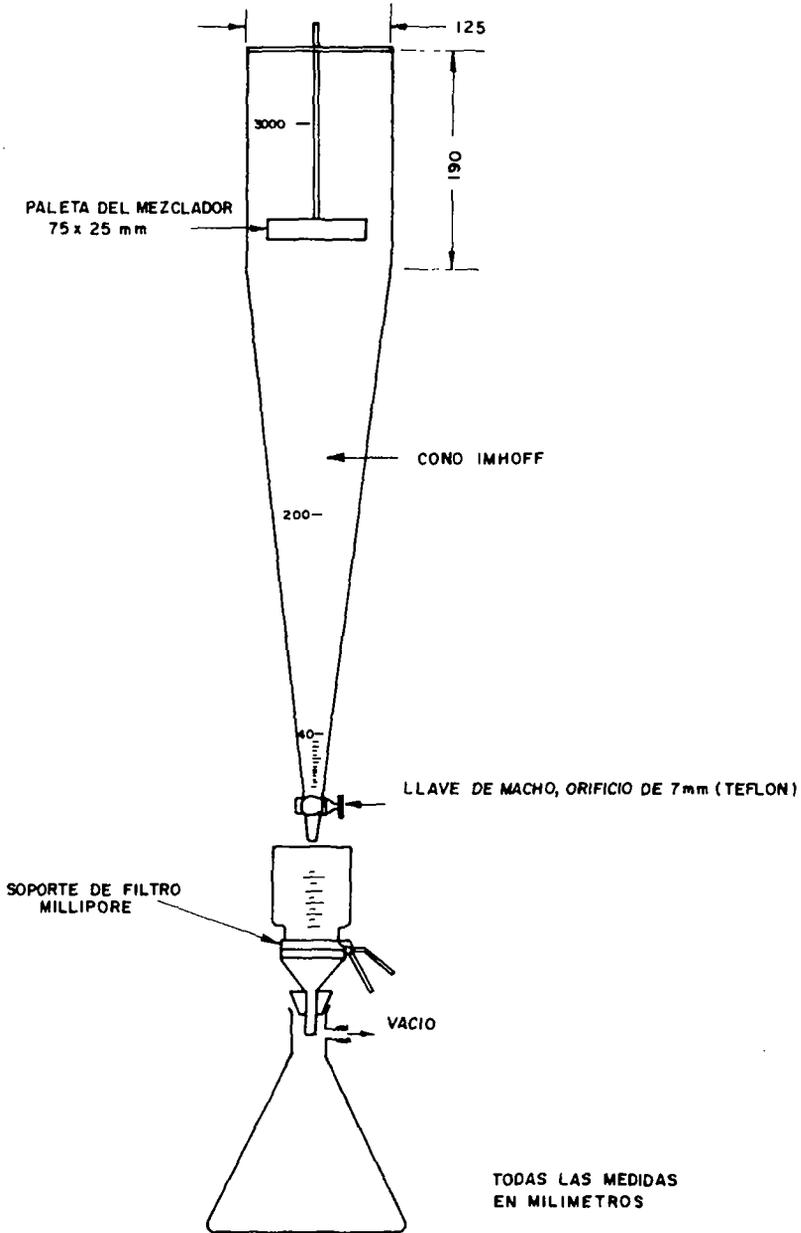


Figura X-5

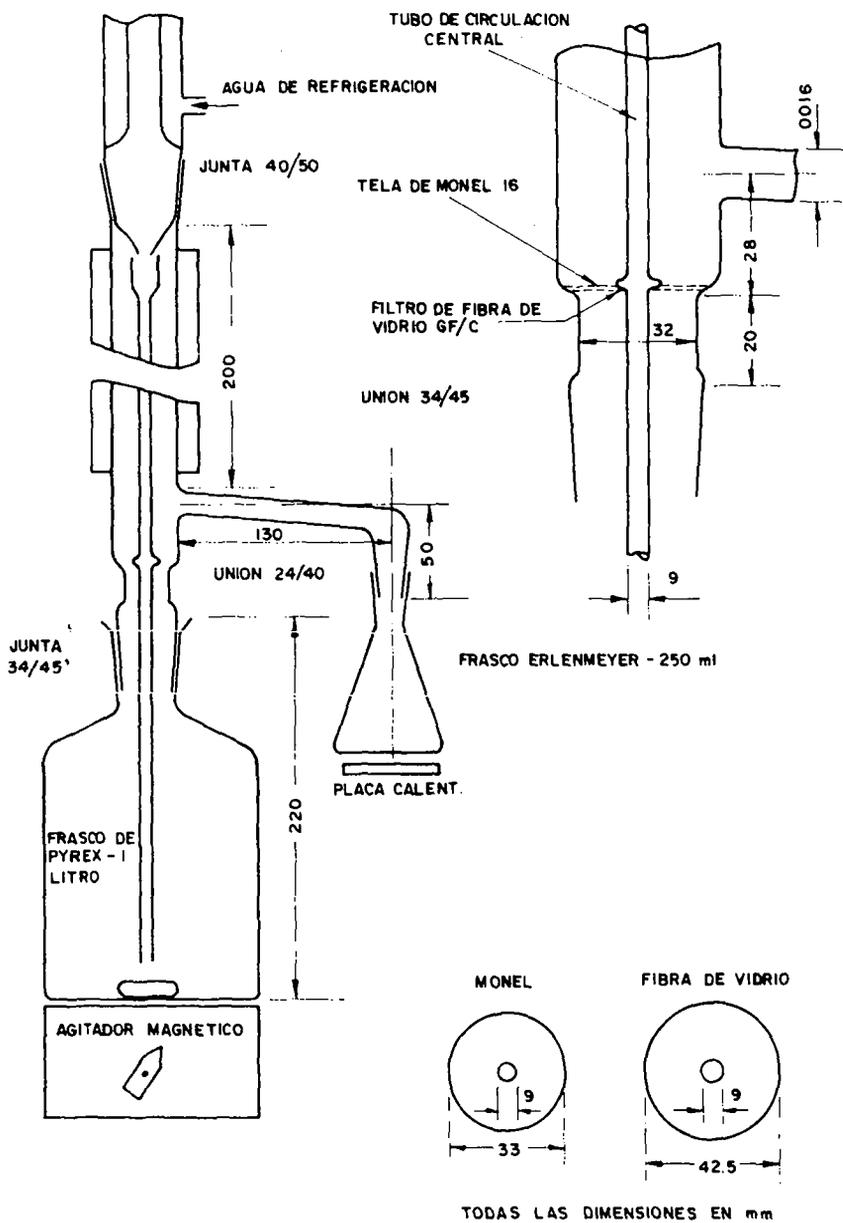


Figura X-6

La secuencia recomendada es:

1. Agitar a 40 rpm durante 15 minutos.
2. Sedimentar 5 minutos.
3. Agitar a 100 rpm por 1 minuto.
4. Sedimentar 30 minutos.
5. Descargar 2.8 l a 500 ml/min.
6. Enjuagar el agitador y embudo con agua destilada hasta que todo el material se mueva hacia el fondo del embudo.
7. Sedimentar 15 minutos.
8. Descargar hasta la marca de 40 ml.
9. Sedimentar 10 minutos.
10. Descargar gota a gota hasta la marca de 10 ml.
11. Adicionar 500 ml de agua destilada y repetir pasos 7 al 10.

Determinación de demanda bental de lodos

Esta determinación es una prueba de laboratorio que se realiza para hallar la demanda de oxígeno proveniente de muestras de lodos extraídas en bancos naturalmente formados en cursos o cuerpos de agua.

Las muestras se colocan en el fondo de una cuba de unos 12 litros de capacidad, ocupando en ella una altura de 10 centímetros. Se cubren entonces los lodos mediante una tela o paño fino entre dos mallas de soporte y peso, a los efectos de evitar la resuspensión del lodo. Encima se vierte agua hasta la capacidad de la cuba (unos 11 litros) (usándose sólo agua que proceda del lugar de los sedimentos, 1 a 2 metros sobre el lodo). Finalmente, se cubre el agua con una capa de aceite mineral para cerrar el sistema contra cualquier reaeración.

Un agitador con motor y reductor para bajas revoluciones se coloca en la cuba a través de su tapa.

Las muestras se extraen por un grifo situado 3 centímetros encima de los lodos (unos 300 ml cada muestra). Conviene que la temperatura del laboratorio sea constante (alrededor de 20°C).

Al extraer las muestras de agua se determinan el oxígeno disuelto y la DBO de la misma.

La experiencia dura 5 días, con determinaciones de 4 en 4 horas el primer día y de 8 en 8 horas los días subsiguientes.

Cálculo de la demanda bental

Se efectúa una gráfica:

(OD) Oxígeno disuelto - Tiempo (t)

con los resultados de las muestras extraídas de la cuba, determinándose los valores

$$\frac{\Delta OD}{\Delta t} \text{ en mg/litro/día}$$

Con valores de K_1 apropiados, conociendo la $(DBO)_5$ del agua se calcula

$$(DBO)_u = \frac{(DBO)_5}{1 - 10^{(-K_1)5}}$$

y por tanto la demanda diaria

$$(DBO)_u (1 - 10^{-K_1}) \quad (\text{mg/l/día})$$

se sustrae entonces de $\frac{\Delta OD}{\Delta t}$ la demanda diaria antes calculada. Como mg/l/día = g/m³/día, se multiplica el valor hallado por la altura de agua en la cuba (en metros) obteniéndose la demanda bental en g/m²/día. Debe recordarse al efecto lo indicado en el capítulo IV respecto a la demanda ejercida por lodos y su relativa independecia de la profundidad de los bancos por encima de 10 cm de espesor. También, como se indica en [IV-C], a bajas concentraciones de oxígeno en el agua sobre los lodos, la DBO que proviene de los lodos puede ser significativa en su efecto sobre esa agua.

Tanto esto como el desprendimiento de nutrientes, especialmente fosfatos y amonio, se incrementa apreciablemente cuando el oxígeno disuelto de las aguas sobrenadantes cae debajo del valor 1.5 ppm.

ANEXO I

En estas páginas se incluyen ciertos desarrollos de análisis matemático que pueden servir como útiles recordatorios al lector.

ECUACIONES Y FUNCIONES DE BESSEL

La ecuación lineal de segundo orden

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - y^2)y = 0 \quad (A-1)$$

ocurre con frecuencia en problemas prácticos. En estudios de polución de aguas se hallan modificaciones de esta ecuación. Las soluciones en forma de serie de la ecuación A-1, que se llama ecuación de Bessel, se denominan funciones de Bessel.

La función $J_p(x)$ expresada por:

$$J_p(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x/2)^{2k+p}}{k! (k+p)!}$$

es llamada función de Bessel de primera clase de orden p . Para $p = 0$ sus valores han sido graficados como se ve en la figura A-1.

Puede demostrarse que si p no es cero o un entero positivo, la solución completa de la ecuación de Bessel A-1 es:

$$y = C_1 J_p(x) + C_2 J_{-p}(x)$$

Además igualmente puede probarse que si $p = 0$, o bien un entero positivo (n), la solución completa de la ecuación A-1 es:

$$y = C_1 J_n(x) + C_2 Y_n(x)$$

donde:

$$Y_n(x) = \frac{2}{\pi} \left\{ \left[\text{Loge } \frac{x}{2} + \gamma \right] J_n(x) - \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k-1)!}{k!} \frac{(x/2)^{2k-n}}{k!} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} \left[\phi(k) + \phi(k+n) \right] \frac{(x/2)^{2k+n}}{k! (n+k)!} \right\}$$

siendo:

$$\gamma = 0.5772 \quad (\text{constante de Euler})$$

$$\phi(k) = \sum_{m=1}^k \frac{1}{m} = 1 + \frac{1}{2} \dots + \frac{1}{k} \quad (k \geq 1)$$

$$\phi(0) = 0$$

La forma generalizada de la ecuación de Bessel es:

(A-2)

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x(a + 2bx^r) \frac{dy}{dx} + \left\{ c + dx^{2s} - b(1-a-r)x^r + b^2 x^{2r} \right\} y = 0$$

Esta ecuación A-2 puede reducirse a la A-1 por un adecuado cambio de variables. La solución generalizada de la A-2 es:

$$y = x^{\frac{1-a}{2}} e^{-\frac{bx^r}{r}} \left[C_1 Z_p \left(\frac{\sqrt{|d|}}{s} x^s \right) + C_2 Z_{-p} \left(\frac{\sqrt{|d|}}{s} x^s \right) \right] \quad (\text{A-3})$$

donde:

$$p = \frac{1}{s} \sqrt{\left(\frac{1-a}{2}\right)^2 - c}$$

Z_p denota una de las funciones de Bessel. Si $\frac{\sqrt{d}}{s}$ es real y p no es cero o un entero, Z_p es J_p , Z_{-p} es J_{-p} ; si $p = 0$ ó un entero, Z_p es J_n , Z_{-p} es Y_n . Si $\frac{\sqrt{d}}{s}$ es imaginario y p no es cero o un entero, Z_p es B_p , Z_{-p} es B_{-p} ; si p es cero o un entero, Z_p es B_p , Z_{-p} es N_n .

Las funciones B y N son conocidas como funciones de Bessel modificadas.

$$B_p(x) = i^{-p} J_p(ix) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{2k+p}}{k! (k+p)!}$$

es la llamada función de Bessel modificada de primera clase de orden p .

$$N_n(x) = \frac{\pi}{2} i^{n+1} \left[J_n(ix) + i Y_n(ix) \right]$$

es la llamada función de Bessel modificada de segunda clase de orden n .

En particular, entonces, la ecuación VII-4 del texto es:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \lambda y = 0$$

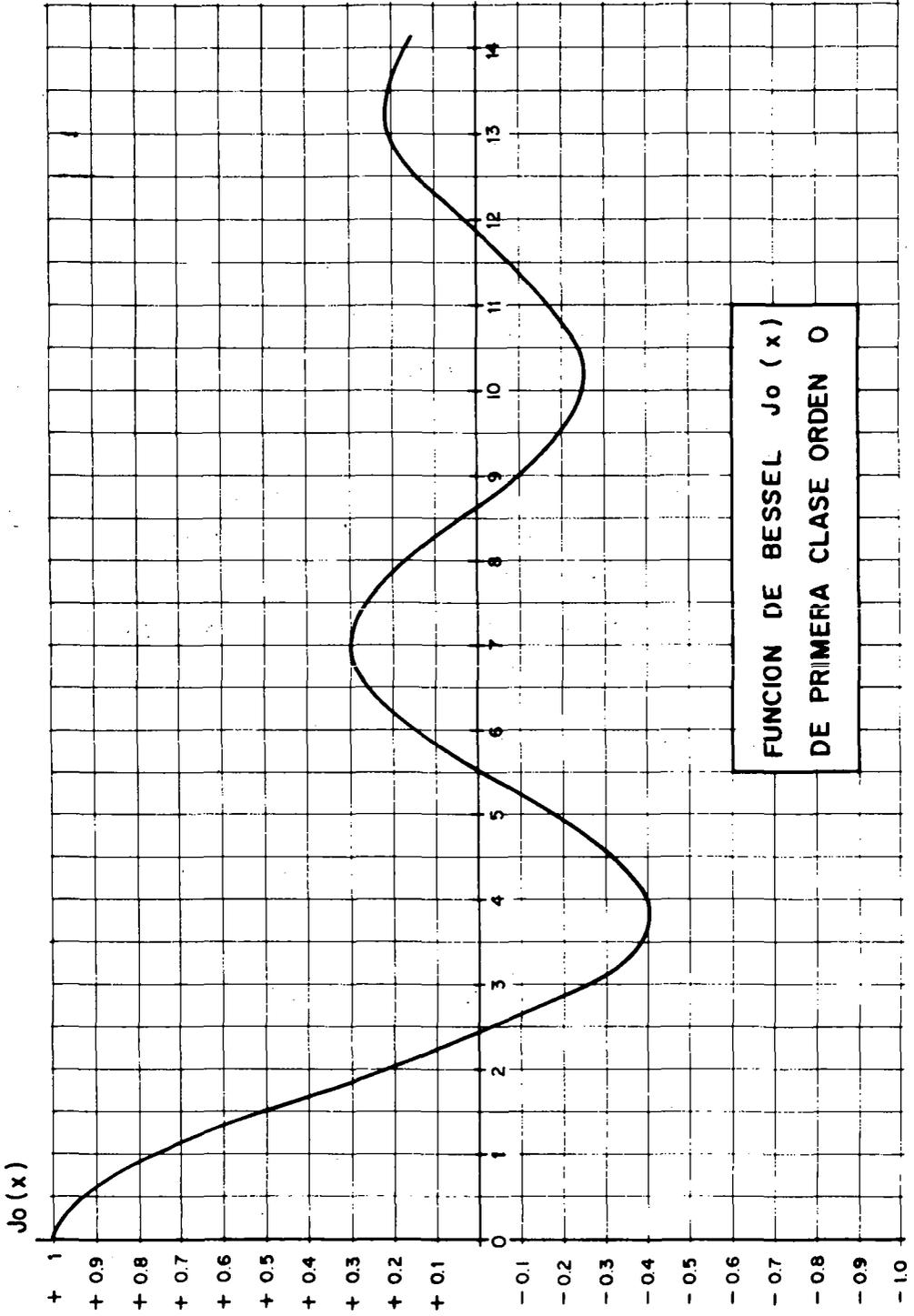


Figura A-I-1

resultando en la ecuación generalizada los valores: $a = 1$, $b = 0$, $c = 0$, $d = -\lambda$, $s = 1$, $p = 0$ y además $\frac{\sqrt{d}}{s}$ imaginaria.

Por tanto, la ecuación A-3 nos da:

$$y = C_1 B_0 \left(z \sqrt{|\lambda|} \right) + C_2 N_0 \left(x \sqrt{\lambda} \right)$$

y en la notación del texto, queda la ecuación:

$$C = \alpha B_0 \left[\sqrt{\frac{Kr^2}{E}} \right] + \beta N_0 \left[\sqrt{\frac{Kr^2}{E}} \right]$$

Algunos valores de las funciones $Y_0(x)$, $B_0(x)$ y $N_0(x)$ se exponen en el siguiente cuadro:

Cuadro A-1
FUNCIONES DE BESSEL

x	$Y_0(x)$	$B_0(x)$	$N_0(x)$
0.0	$-\infty$	1.000	∞
0.5	- 0.444	1.063	0.924
1.0	+ 0.088	1.266	0.421
1.5	0.382	1.647	0.214
2.0	0.510	2.280	0.114
2.5	0.498	3.290	0.062
3.0	0.377	4.881	0.035
3.5	0.189	7.378	0.020
4.0	- 0.017	11.302	0.011
4.5	- 0.195	17.48	0.006
5.0	- 0.308	27.24	0.004
5.5	- 0.340	42.69	
6.0	- 0.288	67.23	
6.5	- 0.173	106.29	
7.0	- 0.026	168.6	
7.5	+ 0.117	268.2	
8.0	0.223	427.6	
8.5	0.270	683.2	
9.0	0.250	1093.6	
9.5	0.171	1753.0	
10.0	0.056		

SOBRE SOLUCIONES NUMERICAS

La serie de Taylor

$$y(x) = y(x_0) + (x - x_0) y'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} y''(x_0) + \dots$$

puede ponerse en la forma:

$$y(x_0 + h) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(h)^n}{n!} \left(\frac{d^n(y)}{dx^n} \right)_{x=x_0}$$

Si $y = f(x)$ llamando Δf a la diferencia

$$\Delta^2 f_{x_1, x_2} = f(x_2) - f(x_1)$$

es fácil ver que

$$\Delta f_{x_2, x_3} = f(x_3) - f(x_2)$$

$$\Delta^2 f_{x_1, x_2, x_3} = \Delta f_{x_2, x_3} - \Delta f_{x_1, x_2}$$

$$\Delta^2 f_{x_1, x_2, x_3} = f(x_3) - 2f(x_2) + f(x_1)$$

Esta diferencia segunda está, pues, determinada por consideración de tres valores consecutivos de la función.

Si llamo E al operador $f(x+h) = E f(x)$ se ve que $E = 1 + \Delta$ y que, en general:

$$\Delta^n f_x = (E - 1)^n f_x$$

y por Taylor, como

$$f(x+h) = f(x) + \frac{h}{1!} f'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) + \dots$$

resulta:

$$E f(x) = f(x+h) = \left(1 + \frac{hD}{1!} + \frac{h^2}{2!} D^2 + \dots \right) f(x)$$

Por lo tanto:

$$E = 1 + \frac{hD}{1!} + \frac{h^2 D^2}{2!} + \dots = e^{hD}$$

de consiguiente:

$$E = e^{hD}$$

$$\Delta = e^{hD} - 1$$

Resolución numérica de ecuaciones a derivadas parciales

La ecuación a derivadas parciales llamada "cuasi-lineal":

$$A_1(x,y) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + A_2(x,y) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + A_3(x,y) \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + f(x,y,z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}) = 0$$

tiene por "asociada" la cónica:

$$Q(\eta, \epsilon) = A_1 \eta^2 + A_2 \eta \epsilon + A_3 \epsilon$$

de la que se consideran los tres casos posibles:

$$A_2^2 - 4 A_1 A_3 \begin{cases} < 0 & \text{(elíptica)} \\ = 0 & \text{(parabólica)} \\ > 0 & \text{(hiperbólica)} \end{cases}$$

Es así que la ecuación de Laplace $\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$ es del tipo elíptico, mientras que la ecuación del flujo de calor $K \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\partial \phi}{\partial t}$ es parabólica.

Para resolver numéricamente estos tipos de ecuaciones se recurre en ocasiones al llamado método de colocación que consiste en adaptar un polinomio de modo que los errores sean nulos en ciertos puntos pivotes.

Esto posibilita determinar los coeficientes del polinomio como se muestra a continuación en la figura A-2.

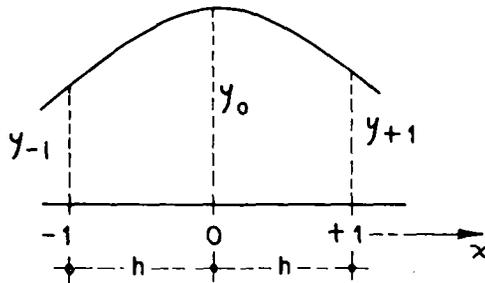


Figura A-I-2

Si $q = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ es el polinomio, entonces podemos escribir:

$$y_{-1} = a_2 (-h)^2 + a_1 (-h) + a_0 \quad (1)$$

$$y_0 = a_2 (0) + a_1 (0) + a_0 \quad (1)$$

$$y_{+1} = a_2 (+h)^2 + a_1 (+h) + a_0 \quad (1)$$

o sea en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} h^2 & -h+1 \\ 0 & 0+1 \\ h^2 & h+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{-1} \\ y_0 \\ y_{+1} \end{bmatrix}$$

Por tanto, hallando a_2 , a_1 y a_0 :

$$a_0 = y_0$$

$$a_1 = \frac{-y_{-1} + y_{+1}}{2h}$$

$$a_2 = \frac{y_{-1} - 2y_0 + y_{+1}}{2h^2}$$

Usando el operador D evaluado en $x = 0$:

$$D(y_0) = (2a_2x + a_1)_{x=0} = a_1$$

o sea

$$D(y_0) = \frac{y_{+1} - y_{-1}}{2h} \quad (\text{A-4})$$

Igualmente:

$$D^2(y_0) = \frac{y_{-1} - 2y_0 + y_{+1}}{h^2} \quad (\text{A-5})$$

Expandiendo por Taylor se halla:

$$y_{+1} = y_0 + h D(y_0) + \frac{1}{2!} h^2 D^2(y_0) + \frac{1}{3!} h^3 D^3(y_0) + \dots$$

$$y_{-1} = y_0 - h D(y_0) + \frac{1}{2!} h^2 D^2(y_0) - \frac{1}{3!} h^3 D^3(y_0) + \dots$$

Sumando miembro a miembro:

$$y_{+1} + y_{-1} = 2y_0 + \frac{2}{2!} h^2 D^2(y_0) + \frac{2}{4!} h^4 D^4(y_0) + \dots$$

y despejando $D^2(y_0)$ resulta:

$$D^2(y_0) = \frac{y_{-1} - 2y_0 + y_{+1}}{h^2} - \frac{1}{12} h^2 D^2(y_0) + \dots$$

Se ve aquí, comparando con A-5 la magnitud del error en la aproximación anterior.

Si en lugar de sumar, se resta miembro a miembro:

$$y_{+1} - y_{-1} = 2h D(y_0) + \frac{2}{3!} h^3 D^3(y_0) + \dots$$

o sea

$$D(y_0) = \frac{y_{+1} - y_{-1}}{2h} - \frac{1}{6} h^2 D^3(y_0) + \dots$$

y comparando con A-4 se aprecia también el error.

Para el caso de ecuaciones a derivadas parciales esto puede extenderse, si se supone una malla como se ve en la figura A-3.

$$\begin{aligned} \text{Se puede expresar} \quad x_0 + ih &= x \\ y_0 + jk &= y \end{aligned}$$

siendo i, k números enteros.

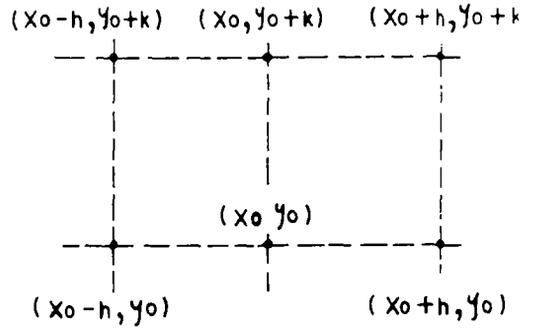
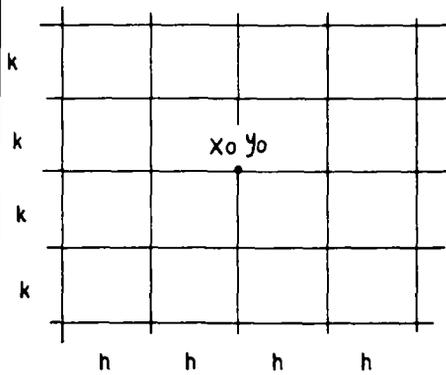


Figura A-I-3

Tomando una localización central, resulta aceptando un error del orden de h^2 .

$$D_x (\psi) = \frac{\partial \psi}{\partial x} \cong \frac{1}{2h} (-\psi_3 + \psi_1)$$

$$D_{xx} (\psi) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \cong \frac{1}{h^2} (\psi_3 - 2\psi_0 + \psi_1)$$

$$D_y (\psi) = \frac{\partial \psi}{\partial y} \cong \frac{1}{2k} (-\psi_4 + \psi_2)$$

$$D_{yy} (\psi) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \cong \frac{1}{k^2} (\psi_4 - 2\psi_0 + \psi_2)$$

Resulta así en el caso elíptico (Laplace por ejemplo):

$$\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \cong \frac{1}{h^2} (\psi_3 - 2\psi_0 + \psi_1) + \frac{1}{k^2} (\psi_4 - 2\psi_0 + \psi_2)$$

y si la malla es cuadrada ($h = k$):

$$\nabla^2 \psi \cong \frac{1}{h^2} (\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \psi_4 - 4\psi_0)$$

En el caso parabólico, como en

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

resulta:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \cong \frac{1}{2k} (-u_4 + u_2)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cong \frac{1}{h^2} (u_3 - 2u_0 + u_1)$$

o sea

$$u_2 \cong \frac{2k}{h^2} (u_3 - 2u_0 + u_1) + u_4$$

o sea que $k \approx \Delta t$ y $h = \Delta x$ son de importancia en la expresión. Todo ello está ligado a la estabilidad (si el error disminuye cuando el tiempo aumenta) y con la convergencia (la diferencia entre la aproximación y la solución exacta debería tender a cero cuando el incremento tiende a cero).

ANEXO II

HIDRAULICA DE ESTUARIOS

ELEMENTOS PRIMARIOS

Sea Q el caudal de agua dulce en m^3/s que llega al estuario, P el prisma de marea definido como el volumen contenido entre alta y baja marea y T el período de marea. Es evidente que $P = HA$ siendo H el rango de altura (entre alta y baja marea) y A la superficie horizontal del estuario. La descarga de la marea es

$$Q_M = \frac{P}{T/2}$$

Si Ω es el área transversal media

$$U = \frac{Q_M}{\Omega} = \frac{2P}{T\Omega} = \frac{2HA}{T\Omega}$$

Usualmente $T = 12.4$ horas = 44700 segundos. Entonces

$$U = \frac{HA}{\Omega} \frac{1}{22350}$$

La distancia promedio recorrida por una partícula entre alta marea y baja marea se llama excursión de marea (e) y podrá expresarse

$$e = U \frac{T}{2}$$

o sea

$$e = \frac{P}{\Omega} = \frac{HA}{\Omega}$$

Todas las fórmulas anteriores son válidas para estuarios cortos y son aproximadas.

La velocidad de propagación de la onda de marea (para profundidades mucho menores que la longitud de la onda de marea) es

$$c = \sqrt{gd}$$

donde d es la profundidad del agua. La longitud de onda es $L = cT$.

Se llama, por último, razón de estuario a:

$$R = \frac{QT}{P}$$

Si $R > 1$ el estuario es usualmente estratificado, $R < 0.1$ el estuario está bien mezclado.

Efectos de densidad

Si se tiene un canal con un tabique que separe dos líquidos de densidad diferente y se levanta bruscamente el tabique se presenta una situación como la de la figura A-II-1.

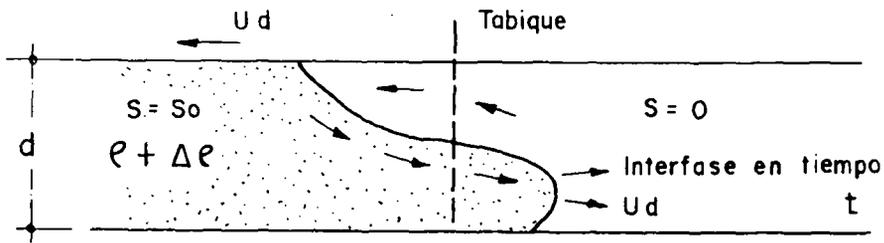


Figura A-II-1

Modelos y consideraciones teóricas indican

$$U_d = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\Delta \rho}{\rho} g d}$$

En estuarios el coeficiente en vez de 1/2 está entre 0.1 y 0.3. Normalmente

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = 0.77 \times 10^{-3} \Delta S$$

donde ΔS es la diferencia en salinidad entre la superficie y el fondo.

En el caso de estuarios estratificados existen fórmulas para casos ideales (sección transversal constante y rectangular) que permiten calcular la longitud de intrusión. Estas fórmulas son derivadas de consideraciones teóricas y de modelos físicos.

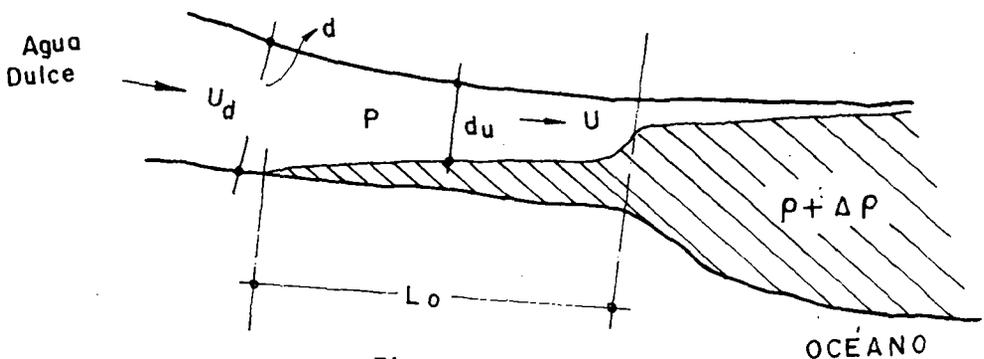


Figura A-II-2

Por ejemplo:

$$\frac{L_0}{d} = 1.05 \frac{(R)^{1/4}}{(F)^{5/2}}$$

siendo R el número de Reynolds densimétrico

$$R = \frac{d}{\nu} \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho}} gd$$

y ν la viscosidad cinemática; y además

$$F = \frac{U_d}{\sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho}} gd}$$

es el número de Froude densimétrico. La fórmula vale para $R > 10^7$.

El orden de magnitud de la velocidad del agua en el fondo es $\approx 0.15 U_d$.

Relaciones hidrodinámicas

Cuando se producen mareas se pueden describir los movimientos del agua mediante relaciones que surgen de elementos dinámicos y de continuidad. Si y es la altura de agua y u la velocidad, la solución de las ecuaciones que describen el movimiento daría $y(x,t)$ u $u(x,t)$ en un estuario idealizado de sección transversal constante. En estuarios de áreas variables se debe apelar a soluciones numéricas.

Es de hacer notar que estas ecuaciones hidrodinámicas pueden ayudar, en ciertos casos, a resolver problemas de contaminación de aguas pero se deben complementar con otras, específicas, si ello es así.

En general, para resolver problemas de contaminación hídrica se deben manejar las ecuaciones que se han tratado en el texto y los conceptos que se han allí vertido. Consideremos un elemento de un cuerpo de agua de ancho unitario, cuyo nivel de agua es creciente en el sentido del desplazamiento de la masa líquida. En un segmento Δx se ve en la figura que las fuerzas que deben balancearse en la ecuación dinámica son:

- la gravitacional (por acción de la altura de agua mayor en un extremo del segmento respecto al otro)
- la de inercia (igual a masa por aceleración)
- la de fricción (en el fondo).

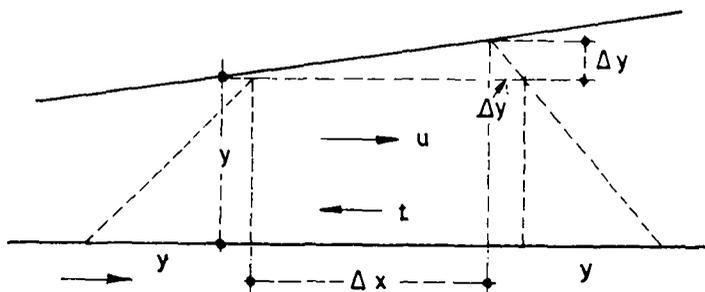


Figura A-II-3

Entonces:

$$\begin{aligned} \text{Gravitación: } \int_0^y (\Delta y + y) \rho g dy - \int_0^y y \rho g dy &= \\ &= \int_0^y \Delta y \rho g dy = \Delta y \rho g y \end{aligned}$$

$$\text{Inercia: } \frac{\partial u}{\partial t} \rho y dx$$

$$\text{Fricción: } \tau dx$$

O sea, en el balance:

$$- \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\tau}{\rho y} = 0 \quad (\alpha)$$

Además, por continuidad, la cantidad de agua que entra en el segmento en el intervalo Δt es $(u + \Delta u)y\Delta t - u\Delta t y$ que debe ser igual al incremento en volumen $\Delta x \Delta y$, o sea

$$\Delta x \Delta y = - \Delta u y \Delta t$$

y por tanto:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (\beta)$$

Las ecuaciones α y β describen el movimiento de la marea.

BIBLIOGRAFIA

PROLOGO

- A. CASTAGNINO, Walter A. *Estudios hidrológicos para el río Cauca. Cuenca del río Cauca - Informe global hasta diciembre 1974.* Lima, Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente, 1974. Informes Técnicos 92 y 145.
- B. CASTAGNINO, Walter A. *Modelo matemático-económico del río Santa Lucía.* Buenos Aires, Organización Panamericana de la Salud, 1970.
- C. KNEESE, Allen V. & BOWER, Blair T. *Managing water quality: economics, technology, institutions.* Baltimore, Pub. for Resources for the Future, Inc. by The John Hopkins Press, 1968.
- D. NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES, Washington, D.C. National Academy of Engineering. *Water quality criteria 1972.* A report to the Committee on Water Quality Criteria, Washington, D.C., Environmental Protection Agency, 1972.

CAPITULO I

- A. THOMANN, Robert V. *System analysis and water quality management.* New York, Environmental Research and Applications, 1972.
- B. MEXICO. Subsecretaría de Planeación. Dirección General de Usos del Agua y Prevención de la Contaminación. Secretaría de Recursos Hidráulicos. *Técnica - Organo Informativo No. 5.* México, setiembre, 1975.
- C. NOTARO, O.; CASTAGNINO, W.A. & NITROSSO, R. *Características de aguas residuales y de los cursos de agua donde vierten en Uruguay.* São Paulo, IV Congreso AIDIS, 1954.
- D. BUENOS AIRES. Universidad. Facultad de Ingeniería. *Curso de contaminación de aguas.* En colaboración con la Organización Panamericana de la Salud, julio, Buenos Aires, 1966.

- E. CASTAGNINO, Walter A. *Calidad de aguas en la cuenca del Plata*. Informe preliminar de la Organización Panamericana de la Salud. Buenos Aires, 1969.
- F. MALINA, Jr., Joseph F. & BURLESON, N.K. *Criteria and methodology for estimating municipal and industrial S/W ratios and waste water quality ratios*. Technical Report to Texas Water Development Board. Austin, University of Texas, Center for Research in Water Resources, 1972.
- G. DAVIS, J. & JACKNOW, J. Heavy metals in wastewater in three urban areas. *Journal Water Pollution Control Federation*, 47(9):2292-2297, Sept. 1975.
- H. SIMPOSIO REGIONAL SOBRE CONTROL DE LA CONTAMINACION DEL AGUA. /Trabajos/ Caracas, 1970. Organizado por la Organización Panamericana de la Salud, Ministerio de Sanidad y Asistencia Social, Instituto Nacional de Obras Sanitarias. Caracas, 1972.
- J. AMAYA DE LEON, G. & BERNAL, A.A. *Características y experiencias de tratamiento de aguas mieles de café*. Panamá, IX Seminario Centroamericano de Ingeniería Sanitaria, setiembre, 1973.
- K. WORLD HEALTH ORGANIZATION. *Guidelines for the control of industrial wastes*, 1-9. Geneva, 1971-75.

CAPITULO II

- A. MAASS, Arthur; HUFSCHMIDT, M.M.; DORFMAN, R.; THOMAS, Jr., H.A.; MARGLIN, S. & FAIR, G.M. *Design of water-resource systems*. Cambridge, Massachusetts, Harvard University Press, 1962.

CAPITULO III

- A. DANZIG, G.P. & WOLFE, P. *Decomposition principle for linear programming*. *Operations Research* 8:101. 1960.
- B. LAURIA, Donald T. *Regional sewerage planning by mixed integer programming*. Final Report for National Science Foundation Grant GI-37475 - University of North Carolina - Chapel Hill.

CAPITULO IV

- A. O'CONNOR, Donald J. & THOMANN, Robert V. *Modeling natural systems*. Manhattan, Manhattan College Publication, 1975.
- B. INGRAM, William M.; MACKENTHUN, Kenneth M. & BARTSCH, Alfred F. *Biological field investigative data for water pollution surveys*. Washington, U.S. Department of the Interior, Federal Water Pollution Control Administration, 1966. WP-13.

- C. FILLOS, John & MOLOF, Alan H. *Effect of benthal deposits on oxygen and nutrient economy of flowing waters.* Journal Water Pollution Control Federation, 44(4):644-662, April 1972.
- D. RYTHER, J. *Phytosynthesis in the ocean as a function of light intensity.* *Limnology & Oceanography*, 1:61-70, 1956.
- E. O'CONNOR, Donald J.; THOMANN, Robert V. & DI TORO, Dominic. *Dynamic water quality forecasting and management.* Washington, D.C., EPA, Office of Research and Development, 1973. 209 p. Ecological Research Series, EPA-660/3-73-009.

CAPITULO V

- A. BARTONE, Carl R. & CASTAGNINO, Walter A. *Programa generalizado de computación SIMOX.* Lima, Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente, 1973.
- B. PARRA PARDI, Gustavo. *Estudio sanitario integral del río Yaracuy.* Caracas, Dirección de Malariología y Saneamiento Ambiental, Ministerio de Sanidad y Asistencia Social, 1974. Publicación No. 74-01.
- C. DI TORO, Dominic M. *Algae and dissolved oxygen.* Manhattan, Manhattan College Publication, 1975.

CAPITULO VI

- A. O'CONNOR, Donald J. *Estuarine analysis.* Manhattan, Manhattan College Publication, 1975.
- B. O'CONNOR, Donald J. *Oxygen balance of an estuary.* *Journal Sanitary Engineering Division*, ASCE, 86(3):35-55, May 1960.
- C. FEUERSTEIN, Donald L. & SELLECK, Robert E. *Fluorescent tracers for dispersion measurements.* *Journal Sanitary Engineering Division*, ASCE, 89(4):1-21, August 1963.
- D. ESTADOS UNIDOS. Environmental Protection Agency. *Simplified mathematical modeling of water quality; report on water quality management planning.* Washington, D.C., 1971-72. 2 t.
- E. GAMESON, A.; VANDYKE, K. & OGDEN, C. *The effect of temperature on aeration at weirs.* *Water and Water Engineering*, November 1958.
- F. MASTROPIETRO, M. *Effects of dam reaeration on waste assimilation capacities of the Mohawk River.* *Proc. 23rd Industrial Waste Conference*, Purdue University, May 1968, pp. 754-771.

- G. CHAPRA, S. & NOSSA, G. *A computer program for the modeling of water quality parameters in steady state multidimensional natural aquatic systems*. New York, United States Environmental Protection Agency, Region II, Data Systems Branch, 1974.
- H. PEARSON, E.A. *An investigation of the efficacy of submarine outfall disposal of sewage and sludge*. California State Water Pollution Control Board, 1956.

CAPITULO VII

- A. O'CONNOR, D. *Steady state analysis of lakes*. Manhattan, Manhattan College Publication, 1975.
- B. MACKENTHUN, Kenneth M. & INGRAM, William M. *Limnological aspects of recreational lakes*. Washington, D.C., USPHS Publication 1167, 1964.
- C. THOMANN, Robert V.; SZUMSKI, Daniel S.; DI TORO, Dominic M. & O'CONNOR, Donald J. A food chain model of cadmium in Western Lake Erie. *Water Research*, 8
- D. THOMANN, Robert V.; DI TORO, Dominic M.; WINFIELD, Richard P. & O'CONNOR, Donald J. *Mathematical modeling of phytoplankton in Lake Ontario*. Michigan, National Environmental Research Center, Model development and verification, final report. Grosse Ile Laboratory, 1974. 189 p. EPA/660/3-75-005.
- E. FOEHRENBACH, Jack. Pollution and eutrophication problems of Great South Bay, Long Island, New York. *Journal Water Pollution Control Federation*, 48(8):1456-1466, August 1969.
- F. O'CONNOR, Donald J.; THOMANN, Robert V. & DI TORO, Dominic M. *Dynamic water quality forecasting and management*. Washington, D.C., EPA, Office of Research and Development, 1973. 209 p. Ecological Research Series, EPA-660/3-73-009.

CAPITULO VIII

- A. BOWE, WALSH & ASSOCIATION OF ENGINEERS. *Water quality evaluation for ocean disposal system - Suffolk County, New York*. New York, Hydroscience, Inc., 1974.
- B. RAWN, A.M. & PALMER, H.K. Predetermining the extent of a sewage field in sea water. *Transactions, ASCE*, 94, 1930.
- C. RAWN, A.M.; BOWERMAN, F.R. & BROOKS, N.H. Diffusers for disposal of sewage in sea water. *Transactions, ASCE*. Paper 3179, 126 (Part III): 344-388, 1961.

- D. FAN, L.N. & BROOKS, N.H. *Numerical solutions of turbulent buoyant jet problems*. W.K. Krek Laboratory of Hydraulics and Water Resources, January 1969.

CAPITULO IX

- A. CASTAGNINO, Walter A. *Manual de aguas subterráneas*. Buenos Aires, editado por Obras Sanitarias de la Nación, 1963.

CAPITULO X

- A. BATTELLE MEMORIAL INSTITUTE & CENTRO PANAMERICANO DE INGENIERIA SANITARIA Y CIENCIAS DEL AMBIENTE. *Planificación, proyecto y operación de sistemas monitorios comprensivos de calidad de aguas*. Lima, CEPIS, 1975. 52 p. Serie Documentos Técnicos, 1.
- B. AMERICAN PUBLIC HEALTH ASSOCIATION; AMERICAN WATER WORKS ASSOCIATION & WATER POLLUTION CONTROL FEDERATION. *Standard methods for the examination of water and waste water*. 13th ed. Washington, D.C., American Public Health Association, 1971. 874 p.
- C. ORGANIZACION MUNDIAL DE LA SALUD. *Normas internacionales para el agua potable*. Ginebra, 1964.
- D. ESTADOS UNIDOS. Environmental Protection Agency. *Methods for chemical analysis of water and wastes*. Washington, D.C., 1974.
- E. WEBER, Cornelius I. *Biological field and laboratory methods for measuring the quality of surface waters and effluents*. Cincinnati, National Environmental Research Center, Analytical Quality Control Laboratory, 1973. 187 p. EPA-670/4-73-001.
- F. NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES. Washington, D.C. National Academy of Engineering. *Wastes management concepts for the coastal zone*. Washington, D.C., 1970.
- G. CANADA. Inland Waters Directorate. Water Quality Branch. *Analytical methods manual*. Ottawa, 1974.
- H. EDWARDS, G.P.; MOLOF, A. & SCHNEEMAN, R. *A critical study of analytical methods for sea water*. New York, New York University, 1965.
- J. STRICKLAND, J.D.H. & PARSONS, T.R. *Manual of sea water analysis*. Ottawa, Fisheries Research Board of Canada, 1960. Bull. 125.
- K. HOLIN-HANSEN, O.; LORENZEN, C.J.; HOLMES, R.W. & STRICKLAND, J.D.H. *Fluorometric determination of chlorophyll*. California, Institute of Marine Resources - Scripps Institute. University of California, 1965.

- L. ESTADOS UNIDOS. Environmental Protection Agency. Pacific Northwest Environmental Research Laboratories. *Marine algae assay procedure: bottle test*. Corvallis, 1974. 51 p. EPA/660/3-75-008.
- M. ENGINEERING SCIENCE, INC. *Comunicación personal de H. y R. Ludwig*. 1970.